

*Nota Científica*

## Precisión en los estimados de distribución de frecuencias de tallas de jurel, *Trachurus symmetricus*

Claudio Gatica, Carolina Alarcón & Luis Cubillos  
 Instituto de Investigación Pesquera VIII Región, Casilla 350, Talcahuano, Chile  
 E-mail: cgatica@inpesca.cl

**RESUMEN.** En la zona centro-sur de Chile, el jurel (*Trachurus symmetricus*) forma agregaciones dispersas en condición reproductiva en aguas oceánicas, lo que dificulta la obtención de muestras para la estimación de atributos representativos de la población, como la distribución de frecuencia de tamaños y la talla media de los ejemplares. En este trabajo se analizó la precisión de estos atributos poblacionales utilizando técnicas de remuestreo y se determinó el tamaño efectivo de muestra de jurel en la temporada de mayor actividad reproductiva en aguas oceánicas, utilizando la información de los cruceros de desove de los años 2000 y 2001. En el 2000 el número de ejemplares analizados fue de 1109, mientras que el tamaño efectivo de la muestra correspondió a 1096. La longitud media fue de 27,3 cm con varianza de 0,17 e intervalo de confianza al 95% entre 26,7 y 27,8 cm. En el 2001 el número analizado correspondió a 1370, estimándose un tamaño efectivo de muestra de 355 ejemplares, la longitud media fue 28,2 cm y la varianza 0,58 con un intervalo de confianza entre 27,6 y 28,9 cm. Estos resultados indican que las conclusiones referidas a las características poblacionales del recurso son válidas en términos de su precisión y representan satisfactoriamente la estructura de tamaños del jurel en el área y período de estudio.

**Palabras claves:** estructura de tallas, muestreo, jurel, *Trachurus symmetricus*, Chile.

## Precision in estimates for length frequency distribution of jack mackerel, *Trachurus symmetricus*

**ABSTRACT.** In central-south Chile, the jack mackerel (*Trachurus symmetricus*) resource conforms disperse aggregations in a reproductive condition in oceanic waters, and obtaining representative samples to estimate populational attributes as size composition and mean size is difficult. In this paper, the precision of these attributes was analyzed through resampling techniques and the effective sampling size for jack mackerel was determined for the major reproductive activity in oceanic waters by using data from spawning surveys carried out in 2000 and 2001. In the 2000 survey, the observed sampling size was 1109 individuals and the effective sampling size was estimated in 1096 individuals. The average length was 27.3 cm, with variance of 0.17 and confidence intervals at 95 % between 26.7 y 27.8 cm. In 2001, the observed sampling size was 1370 individuals and the effective sampling size was 355, with an average size of 28.2 cm, variance of 0.58 and confidence intervals at 95% between 27.6 and 28.9 cm. It is concluded that the populational attributes of jack mackerel were correctly determined in terms of their precision, describing satisfactorily the length composition in the area and period of the studies.

**Key words:** size composition, sampling, jack mackerel, *Trachurus symmetricus*, Chile.

La información obtenida en cruceros de investigación pesqueros destinados a la evaluación de stocks de peces, generalmente es considerada de calidad debido a la posibilidad de cuantificar y estimar la incertidumbre relacionada con las estimaciones (Gødo, 1994; Pennington & Strømme, 1998). Estos cruceros están orientados a cuantificar la abundan-

cia relativa o absoluta de un stock, así como a caracterizar atributos poblacionales del recurso (estructura de tamaños, composición por edad, condición de madurez sexual). Sin embargo, problemas de capturabilidad asociados al comportamiento de las agregaciones pueden afectar la precisión en las estimaciones. Este es el caso del jurel *Trachurus*

*symmetricus*, especie que durante su período de mayor actividad reproductiva que es en la época estival, forma agregaciones dispersas en aguas oceánicas frente a Chile central (Sepúlveda *et al.*, 2001; Barbieri *et al.*, 2002; Cubillos *et al.*, 2002), cubriendo una amplia área de desove superior a 380.000 km<sup>2</sup>. Bajo estas condiciones, existe incertidumbre en estimados poblacionales como la longitud media que es posible cuantificar utilizando técnicas de remuestreo. En este trabajo, se cuantifica la precisión en los estimados de longitud media y distribución de frecuencia de tamaños de jurel utilizando la metodología propuesta por Pennington *et al.* (2002).

Se utiliza la información de los cruceros de prospección pesquera desarrollados por el Instituto de Investigación Pesquera (INPESCA), destinados a determinar la condición biológica del jurel en alta mar durante los años 2000 y 2001, donde se realizaron transectos separados por 18 millas náuticas, que cubrieron desde los 75°00' a 92°00'W, y entre los 32°06'S y 37°48'S el 2000 y los 31°48'S a 36°54'S el 2001 (Fig. 1). El 2000 se realizaron 20 lances de pesca con un total de 14 estaciones positivas, mientras que el 2001 de 34 lances de pesca, 18 estaciones fueron positivas.

De acuerdo a la metodología propuesta por Pennington *et al.* (2002), se reconoce que los ejemplares capturados en lances de pesca presentan menor variabilidad en sus atributos poblacionales (i.e. longitud media) que la totalidad de los individuos de la población. Por lo tanto, el número de peces muestreados en una determinada estación, contiene menor información del atributo poblacional que  $M$  peces seleccionados aleatoriamente en varias estaciones. Consecuentemente, un esquema útil para evaluar la precisión de la información de una muestra de frecuencia de tamaños, es estimar el número de peces necesarios a muestrear aleatoriamente (tamaño efectivo de muestra) para obtener igual precisión que la obtenida al utilizar toda la información de frecuencias de la muestra original. Para estimar el tamaño efectivo de muestra es necesario conocer la longitud media y varianza de los ejemplares capturados en las  $n$  estaciones (Pennington & Vølstad, 1994; Folmer & Pennington, 2000). Luego, considerando que tanto la longitud como el número de peces en una estación son variables aleatorias, la utilización de un estimador de razón es adecuado (Cochran, 1977). Así, el estimador de razón,  $\hat{R}$ , de la longitud media es:

$$\hat{R} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \cdot \hat{\mu}_i}{\sum_{i=1}^n M_i} \quad (1)$$

donde

$M_i$  = el número de peces capturados en la estación  $i$

$\hat{\mu}_i$  = longitud media de los peces en la estación  $i$

$n$  = número de estaciones

La varianza de  $\hat{R}$  se define como:

$$\text{var}(\hat{R}) = \sum_{i=1}^n \frac{(M_i / \bar{M})^2 (\hat{\mu}_i - \hat{R})^2}{n(n-1)} \quad (2)$$

donde

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n M_i / n$$

Luego, la varianza para la distribución de tamaños ( $\sigma_x^2$ ) de la población, si  $m$  peces son seleccionados aleatoriamente en cada estación corresponde a:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} (M_i / m_i) (x_{i,j} - \hat{R})^2}{M - 1} \quad (3)$$

donde el número total de peces capturados durante el crucero es:

$$M = \sum_{i=1}^n M_i$$

$x_{i,j}$  = la longitud del  $j^{\text{th}}$  pez en la estación  $i$ . Ahora, si es posible muestrear  $m$  peces de forma aleatoria desde la población, entonces la varianza de la media muestral equivale a  $\sigma_x^2 / m$ . Luego, al definir el tamaño de muestra efectivo ( $m_{ef}$ ), como el número de peces necesarios a muestrear de manera aleatoria, de tal forma que la media de la muestra posea igual precisión que un estimado basado en una muestra de estaciones. La expresión utilizada corresponde a:

$$\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{m}_{ef}} = \text{var}(\hat{R}) \quad (4)$$

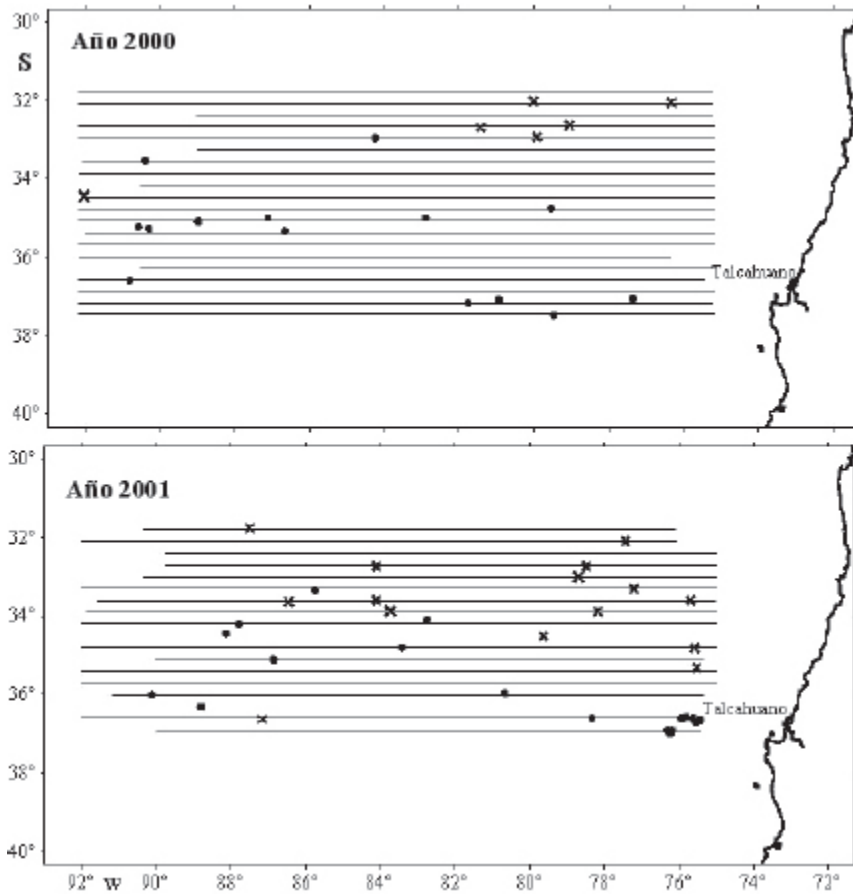


Figura 1. Transecta de los cruceros de desove de 2000 y 2001. Las estaciones de pesca positiva se indican con puntos y las negativas con cruces.

Figure 2. Transect lines for the spawning surveys of 2000 and 2001. Positive fishing stations are indicated with dots and the negative stations with crosses.

Bajo este contexto, utilizando técnicas de remuestreo se estimó la precisión en los estimados de longitud media y distribución de frecuencias de tamaños, obteniéndose sub-muestras para generar nuevos estimados poblacionales de estos atributos. La distribución simulada del estimado de  $\hat{m}_{ef}$  y  $\hat{R}$ , se obtuvo seleccionando aleatoriamente un máximo de  $k$  peces por estación ( $k = 10, 30$  y  $100$ ) un total de 500 veces. La rutina de simulación fue programada en Excel 5.0. De igual manera se obtuvieron intervalos de confianza al 95% para la proporción de peces cada 2 cm, entre las  $n$  estaciones, estimándose la proporción de ejemplares por intervalo de clase.

Los resultados indicaron que en el jurel, el tamaño efectivo de muestra es similar al número de peces muestreados durante el crucero de jurel año 2000. A saber, el número de peces medidos correspondió a 1109, siendo el tamaño efectivo de muestra 1096. En cambio en el 2001 el número de peces

muestreados fue 1370, y el  $\hat{m}_{ef}$  correspondió a 355 (Tabla 1). En el 2000, la longitud media de la muestra fue  $\hat{R} = 27,25$  cm con un intervalo de confianza al 95% entre 26,88 y 27,58 cm. En el 2001 se estimó un  $\hat{R} = 28,19$  cm con un intervalo de confianza al 95% entre 27,59 y 28,86 cm (Tabla 2). La distribución de  $\hat{m}_{ef}$  y  $\hat{R}$ , (Fig. 2) representa el efecto de la reducción del número de muestras en los estimados. Si un máximo de 30 peces ( $k = 30$ ) hubiese sido seleccionado aleatoriamente en cada estación, un total de 958 ejemplares habría sido suficiente en lugar de los 1109 recolectados durante el crucero 2000, mientras que en el 2001, hubiese sido necesario sólo muestrear 339 ejemplares en lugar de los 1370 analizados. Además, se observó que la proporción de ejemplares por intervalo de clase presentó una mayor variabilidad el 2000, a diferencia del 2001 que fue menos variable (Fig. 3).

Las estimaciones bootstrap, para evaluar la precisión en las estimaciones de longitud media y dis-

**Tabla 1. Resumen de estadísticos para la evaluación de la precisión de los estimados de longitudes del jurel. El tamaño muestral efectivo es denotado por  $\hat{m}_{ef}$ ,  $\hat{R}$  es el estimado de la longitud media, y  $\text{var}(\hat{R})$  es la varianza.**

**Table 1. Summary statistics for assessing the precision of estimated length of jack mackerel. The notation to effective sample size is  $\hat{m}_{ef}$ ,  $\hat{R}$  is the mean size and  $\text{var}(\hat{R})$  is the variance.**

Año	Número de Estaciones	Número de Muestras	$\hat{R}$ (cm)	Var ( $\hat{R}$ )	$\hat{m}_{ef}$
2000	14	1109	27,25	0,17	1096
2001	18	1370	28,19	0,58	355

**Tabla 2. Intervalos de confianza para longitud media y tamaño efectivo de muestra en función de diferentes sub-muestras.**

**Table 2. Confidence intervals for the mean length and effective sample size as a function of different sub-samples.**

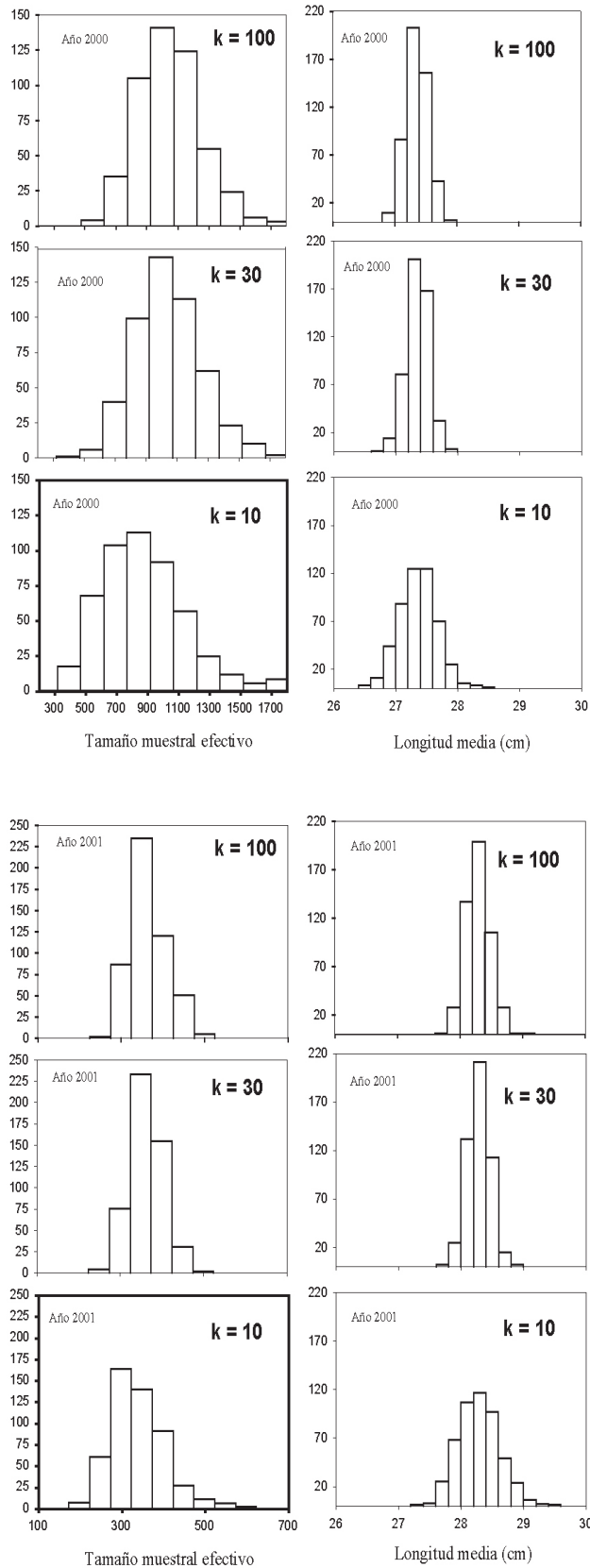
Característica		2000			2001		
Tamaño sub-muestra		k = 10	k = 30	k = 100	k = 10	k = 30	k = 100
Longitud media (cm)	Estimado	27,27	27,27	27,25	28,18	28,18	28,19
	$L_{inferior}$	26,66	26,88	26,9	27,58	27,82	27,84
	$L_{superior}$	27,84	27,58	27,59	28,86	28,56	28,58
Tamaño de muestra efectivo	Estimado	784	958,23	960,24	307,06	339,2	336,84
	$L_{inferior}$	392,53	583,84	584,16	213,89	268,67	259,36
	$L_{superior}$	1649,37	1476,22	1461,3	469,32	424,38	433,08

tribución de frecuencias, indicaron que la reducción en el número de peces medidos en cada estación, no afectó significativamente la precisión de las estimaciones. De la misma forma, la precisión de las estimaciones de otras características poblacionales, tales como la distribución por edad, el estado de madurez, contenido estomacal, entre otras, también pueden ser analizadas bajo este enfoque. En términos generales el tamaño efectivo de muestra es bajo. Un factor que podría estar afectando la estimación del tamaño efectivo de muestra, es la alta similitud de los peces en la muestra, en comparación con el total de la población. Otro factor que podría haber influenciado la estimación del tamaño efectivo de muestra, fue la escasa variabilidad en la densidad de peces del área de estudio (Pennington *et al.*, 2002).

Una estrategia para mejorar las estimaciones obtenidas a partir de cruceros de investigación, es aumentar el número de estaciones. Esto se puede

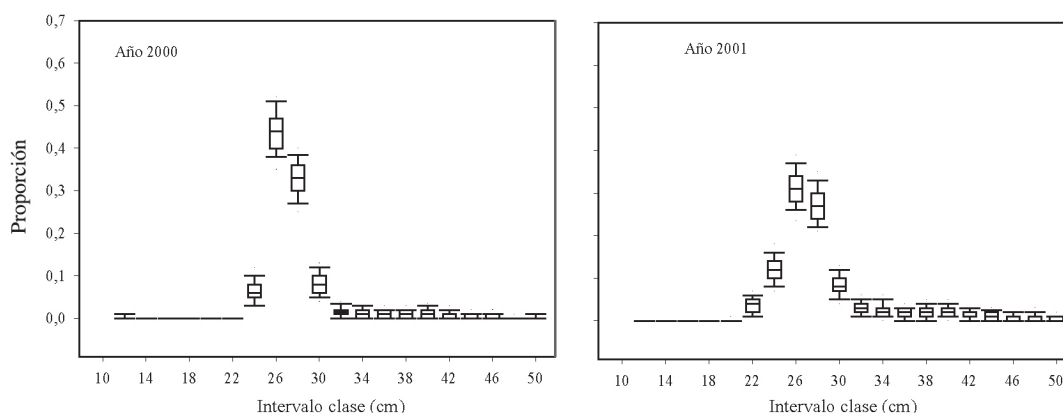
realizar si se logra disminuir la duración de los lances de pesca (Pennington & Vølstad, 1991). Sin embargo, esta estrategia no puede ser considerada como regla general, ya que dependerá del tipo de recurso analizado y las condiciones de pesca al momento de la operación.

El arte de pesca utilizado en la pesquería de jurel (cerco), hace muy complejo reducir la duración del lance de pesca. Por lo tanto, sólo se podría disminuir el número de ejemplares analizados cuando la muestra es homogénea. Si bien los resultados validan esta opción, se debe ser cuidadoso en las decisiones a tomar al momento de la toma de muestra y diseñar el esquema de muestreo. Además, el tamaño efectivo de muestra en comparación al número efectivamente muestreado es similar, por lo tanto se debe mantener el esquema de muestreo implementado, aun cuando el tamaño efectivo de muestra fue menor en el año 2001. En consecuencia, las características de dispersión del recurso y



**Figura 2. Distribución estimada para el tamaño muestral efectivo,  $\hat{m}_{ef}$  y longitud media, en 2000 y 2001.**

**Figure 2. Estimated distribution for effective sample size,  $\hat{m}_{ef}$  and mean size in 2000 and 2001.**



**Figura 3.** Estimación Bootstrap del intervalo de confianza al 95% para la proporción de jurel cada 2 cm de longitud, años 2000 y 2001. La caja representa el intervalo de confianza al 95%, si el estimado se basa en todos los ejemplares medidos durante el crucero, mientras que la línea externa representa el estimado basado en una sub-muestra de 10 ejemplares.

**Figure 3.** Bootstrap estimation of the confidence interval at 95% for the proportion of jack mackerel each 2 cm of length, in years 2000 and 2001. The box denotes the confidence intervals if the estimates are based on all the cod measured during the surveys, while the outer line denotes the confidence intervals if 10 fish are measured for each sub-sample.

su baja disponibilidad al arte de pesca en el área oceánica, no afectan significativamente la precisión en las estimaciones de longitud media y distribución de frecuencia de tamaños. Por lo tanto, las características poblacionales del recurso obtenidas bajo las condiciones de los cruceros realizados son consideradas válidas y representativas de la estructura del jurel.

## REFERENCIAS

- Barbieri, M.A., M. Espejo, J. Córdova & J. Osses. 2002.** Caracterización de la distribución espacial de las agregaciones de jurel. En: L. Cubillos (ed.). Condición biológica del jurel en alta mar, año 2001. Informe Final. FIP 2001-12, 202 pp.
- Cochran, W.G. 1977.** Sampling techniques. John Wiley and Sons, New York, 428 pp.
- Cubillos, L., M.A. Barbieri, C. Oyarzún, S. Gacitúa & G. Aedo. 2002.** Condición biológica del jurel en alta mar, año 2000. Informe Final. Proyecto FIP 2000-10, 171 pp.
- Folmer, O. & M. Pennington. 2000.** A statistical evaluation of the design and precision of the shrimp survey off West Greenland. Fish. Res, 49: 165-178.
- Gødo, O.R. 1994.** Factors affecting the reliability of groundfish abundance estimates from bottom trawl surveys. En: A. Ferno & S. Olsen (eds.). Marine fish behaviour in capture and abundance estimation. Fishing News Books, Farnham, pp.166-199.
- Pennington, M. & T. Strømme. 1998.** Surveys a research tool for managing dynamic stocks. Fish. Res., 37: 97-106.
- Pennington, M. & J.H. Vølstad. 1991.** Optimum size of sampling unit for estimating the density of marine populations. Biometrics, 47: 717-723.
- Pennington, M. & J.H. Vølstad. 1994.** Assessing the effect of intra-haul correlation and variable density on estimates of population characteristics from marine surveys. Biometrics, 50: 725-732.
- Pennington, M., L.M. Burmeister & V. Hjellvik. 2002.** Assessing the precision of frequency distributions estimated from trawl-survey samples. US Fish. Bull., 100: 74-80.
- Sepúlveda, A., L. Cubillos, S. Núñez, T. Canales, D. Bucarey, M.A. Barbieri, J. Córdova & M. Espejo. 2001.** Condiciones biológicas del jurel. Informe Final FIP 99-14, Instituto de Investigación Pesquera-Instituto de Fomento Pesquero, 245 pp.

*Recibido: 8 enero 2003; Aceptado: 27 junio 2003*