

Determinación del Exponente de la Función de Obstrucción para Partículas Sub-Micrométricas No Coloidales

Gonzalo Salinas-Salas¹, Fernando Espinosa-Fuentes¹, Frank Babick² y Michael Stintz²

(1) Universidad de Talca, 2 Norte 685, Talca-Chile (e-mail: gsalinas@utalca.cl, fespinos@utalca.cl)

(2) Technische Universität Dresden, Schumann-Bau, Münchner Platz 3, 01062 Dresden-Germany (e-mail: frank.babick@tu-dresden.de, michael.stintz@tu-dresden.de)

Resumen

Se presenta un estudio experimental empleando la Norma DIN 66111 y una centrífuga analítica sobre sistemas de partículas no coloidales cuyos diámetros son menores a 200 nm. Se usó la función de obstrucción de velocidad planteada por Richardson y Zaki (1954), quienes propusieron una ecuación donde la porosidad de una suspensión elevada a un exponente determina la velocidad de sedimentación de las partículas que lo conforman. Para números de Reynolds menores a 0.25, el valor del exponente es constante e igual a 4.65. Este exponente no considera el fuerte incremento de las fuerzas electroquímicas y los efectos difusivos que se presentan sobre partículas con diámetros de orden sub-micrométrico no coloidales. Los resultados alcanzados muestran que el valor que adopta el exponente de la función de obstrucción de velocidad para este tipo de sistemas de partículas es diferente al empleado por Richardson y Zaki.

Palabras clave: función de obstrucción, velocidad de sedimentación, partículas sub-micrométricas, partículas no-coloidales

Determination of the Hindrance Function Exponent for Noncolloidal Sub-Micrometer Particles

Abstract

This paper describes an experimental study based on the norm DIN 66111 and centrifugal analysis of particle with diameters less than 200 nm. The hindrance function of sedimentation velocity presented by Richardson and Zaki (1954), in which the porosity of a suspension that depends on the draining regime of fluid over a particle is an exponential function, is used. For Reynolds numbers smaller than 0.25, the value of the exponent is constant and equal to 4.65. This value does not take into account the increment of the electrochemical forces and the diffusion effects acting on particles with non-colloidal sub-micron diameters. The results show that the hindrance function exponent for this type of system is different from that used by Richardson and Zaki.

Keywords: hindrance function, sedimentation velocity, sub-micrometric particles, non-colloidal particles

INTRODUCCIÓN

La función de obstrucción de la velocidad de sedimentación de un colectivo o conjunto de partículas, en la forma de una función de la concentración volumétrica del material sólido presente en una suspensión elevada a un exponente, el que depende del número de Reynolds del escurrimiento por sobre la partícula, fue propuesta por Richardson y Zaki (1954). Es la más empleada actualmente en la evaluación de la velocidad de sedimentación efectiva o de sumergimiento de un colectivo de partículas en un fluido viscoso, bajo los efectos de las fuerzas hidrodinámicas y electroquímicas que se presentan por las fuerzas de interacción que las distintas partículas que se sumergen simultáneamente ejercen entre sí. Las fuerzas de carácter hidrodinámico tienen su origen en la formación ya sea de puentes hidráulicos entre partículas y/o por arrastre o succión que las partículas de mayor diámetro realizan sobre las de menor diámetro y/o por el impulso de las partículas que desarrollan mayor velocidad tienen sobre otras de menor velocidad, lo que las puede desviar de sus trayectorias originales y/o reducir su velocidad de sedimentación (Bernhardt, 1990; Camenen, 2008).

A lo anterior se suma el efecto dominante que tienen las fuerzas de superficie de tipo electro-químico que surgen entre las partículas. Estas fuerzas que se relacionan con el denominado potencial Zeta o carga electrostática superficial de las partículas, las que son en extremo relevantes en el caso de partículas sub-micrométricas, ya que las superficies expuestas al electrolito, que en este caso es el fluido viscoso, son muy importantes en magnitud. Estas fuerzas pueden modelarse a través de la teoría DLVO, desarrollada por Derjarin, Landau, Verwey y Overbeck (Schubert et al., 1990). Como ya se ha indicado, la suma de estos efectos produce una significativa disminución en la velocidad efectiva de sedimentación de un colectivo de partículas.

Esta disminución ha sido modelada a partir de diversas consideraciones hidrodinámicas y empíricas por diversos autores (Babick et al., 2007; Batchelor, 1982; Dankers y Winterwerp, 2007; Davis y Acrivos, 1985; Ettmayr et al., 2001; Fu y Liu, 2007; Hoffmann y Husemann, 2003; Kirpalani y Matsuoka, 2008; Richardson y Zaki, 1954; Schubert et al., 1990). Empero, la modelación semi empírica de Richardson y Zaki, en la forma de una ley de potencia, es la que comúnmente se utiliza en términos prácticos, ya sea para el diseño de sistemas de sedimentación, tales como, sistemas de medición de distribución de tamaño partículas y otras aplicaciones.

El planteamiento matemático de la función de obstrucción de Richardson y Zaki se realiza a partir de la denominada velocidad terminal de sedimentación, que es la velocidad con la cual una partícula alcanza un equilibrio dinámico entre su peso propio, la fuerza de flotación y la fuerza de arrastre viscoso, de manera que su velocidad de sumergimiento se vuelve constante y es posible evaluarla a partir de la expresión de la fuerza de arrastre viscoso, determinándose el coeficiente de arrastre a partir de la ecuaciones de Stokes o de Newton, según el número de Reynolds que alcance el escurrimiento (Einstein, 1906; Ettmayr et al., 2001; Hoffmann y Husemann, 2003; Richardson y Zaki, 1954). La forma general de la función de obstrucción de velocidad de sedimentación propuesto por Richardson y Zaki es presentada en la ecuación (1).

$$Fr = \frac{u_{\text{Sedimentación}}}{u_{\text{Stokes}}} = (1 - c_v)^n \quad (1)$$

Los trabajos de Richardson y Zaki mostraron que existía una dependencia entre el valor del número de Reynolds alcanzado por el escurrimiento sobre la partícula y el valor del exponente de la función de obstrucción, lo que se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1: Exponentes de la función de obstrucción de Richardson y Zaki

Rango de numero de Reynolds	Exponente n
$Re \leq 0,2$	4,65
$0,2 < Re < 1$	$4,35 \cdot Re^{-0,03}$
$1 < Re < 500$	$4,45 \cdot Re^{-0,1}$
$500 < Re < 300000$	2,39

A su vez, la velocidad de sumergimiento terminal de la partícula, a la que se le denomina velocidad de Stokes, puede calcularse de la siguiente manera, para el caso de un campo de aceleración centrífugo:

$$u_{\text{Stokes}} = \frac{(\rho_p - \rho_f) \cdot x^2 \cdot z \cdot g}{18 \cdot \mu} \quad (2)$$

Por su lado, el número de Reynolds para el caso de partículas de forma esférica está definido como:

$$\text{Re} = \frac{x \cdot \rho_f \cdot u_{\text{Sedimentación}}}{\mu} \quad (3)$$

Como se aprecia el valor del exponente de la función de corrección de Richardson y Zaki empleado en el caso de las partículas que sedimentan en regímenes de escurrimiento laminares definidos por números de Reynolds menores a 0,25 es $n = 4,65$, independiente del tamaño de éstas y que corresponden, generalmente, al caso de partículas de tamaño de orden micro métrico.

El presente trabajo tiene por objeto determinar si existe un cambio en el valor del exponente de la función de obstrucción de Richardson y Zaki para tamaños de partículas de órdenes micrométricos. Dicho en otras palabras, se pretende establecer si la tendencia a alcanzar mayores valores numéricos que siguen los exponentes de la función de obstrucción mostrados en la Tabla 1, pueden dar lugar a la aparición de un nuevo valor para este exponente que se aplique en la Ecuación (1) para el caso de partículas cuyo diámetro medio sea menor a 300 nm.

Dadas las características semi empíricas de los trabajos de Richardson y Zaki y la extrema complejidad de la fenomenología que ocurre en el proceso de sedimentación de colectivos de partículas nanométricas o sub-micrométricas, es que este trabajo es de carácter netamente experimental y se realizó siguiendo estrictamente las indicaciones de la norma de ensayo de sedimentación DIN 66111 (1989) y que se emplea actualmente.

TRABAJO EXPERIMENTAL

El trabajo experimental fue desarrollado en el Laboratorio de Partículas del Grupo de Trabajo de Técnicas de Procedimientos Mecánicos de la Universidad Técnica de Dresden (Arbeitsgruppe für Mechanische Verfahrenstechnik an der Technische Universität Dresden), con micro-partículas calibradas de óxido de silicio (SiO_2), las que fueron suspendidas en agua con hidróxido de potasio (KOH), que se empleó como agente antifloculante, bajo la norma DIN 66111 (1989), sobre ensayos de sedimentación.

Las micro partículas utilizadas para este trabajo fueron del tipo estándares calibrados comerciales, proveídas por las empresas Merck GmbH., para el caso del Monospher® 250 y por Geltech Inc., para el caso de Geltech S 201. La composición química de estas partículas sub-micrométricas es dióxido de silicio amorfo (SiO_2), comúnmente denominado como vidrio.

Ambos tipos de partículas poseen forma esférica y son rígidas, su densidad media es del orden de 2.135 kg/m^3 y sus diámetros nominales de 250 nm y 200 nm respectivamente.

La figura 1 muestra fotografías de estas partículas, las que fueron obtenidas durante los ensayos mediante un microscopio electrónico Zeiss Gemini 942, de manera que se puede apreciar tanto la forma como la distribución acumulativa de tamaño de las partículas sub-micrométricas de Monospher® 250 y Geltech S 201 utilizadas en los ensayos.

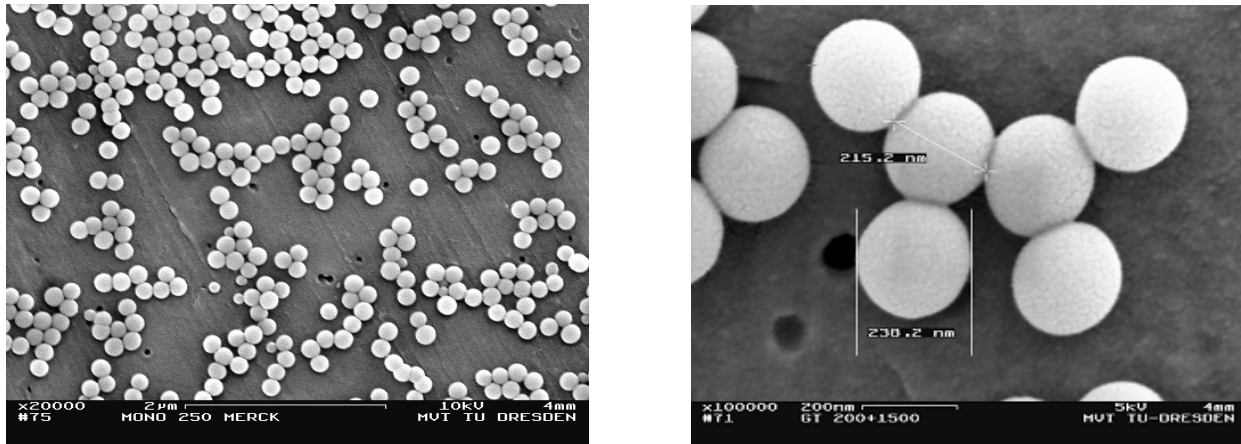


Fig. 1: Fotografía de partículas de Monospher® 250 (izquierda) y Geltech S201 (derecha)

La figura 2 muestra las densidades de distribución acumulativa de tamaño de partícula para los materiales empleados en el trabajo experimental, que permite distinguir las fracciones de partículas cuyo diámetro se encuentren dentro de cierto orden de magnitud.

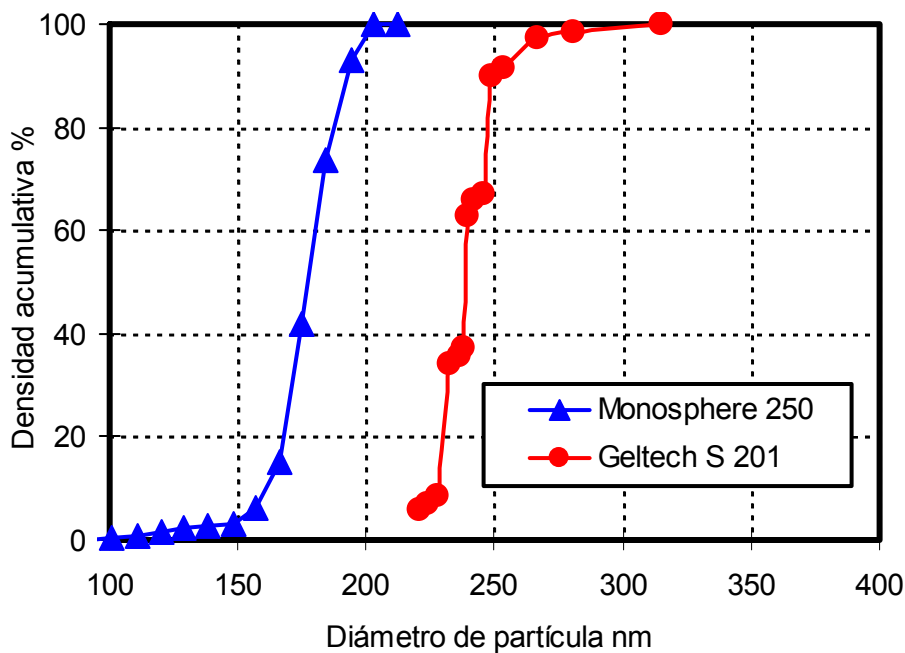


Fig. 2: Densidad de distribución de tamaño acumulativo para las partículas de Monospher® 250 y Geltech S 201

A las suspensiones ensayadas se les sometió a una cuidadosa preparación siguiendo la DIN 66111 (1989), a fin de evitar la contaminación por micro partículas extrañas a las que conforman la suspensión de trabajo, mientras que el procedimiento de dispersión se realizó mediante agitación mecánica a alta velocidad y la aplicación de ultrasonido.

En cuanto a las suspensiones ensayadas, éstas se realizaron con agua tridestilada, desionizada y filtrada, a la cual se le adicionó hidróxido de potasio (KOH) a fin de que alcanzaran éstas un valor de índice de acidez (pH) del orden de 9,2. Esto permite alcanzar un potencial Zeta del orden -50 a -60 mV, lo que asegura la estabilidad de la suspensión impidiendo la formación de flóculos y aglomerados. De acuerdo al diagrama de densidad de distribución de tamaño acumulativo de las partículas, no se presenta una fracción cuyo diámetro sea menor a 100 nm, por lo que se puede considerar a los sistemas de partículas ensayados como no coloidales a pesar de su tamaño sub-micrométrico.

Una vez elaboradas las suspensiones se procedió a verificar su estado mediante el análisis de imágenes aportadas por el microscopio electrónico Zeiss Gemini 942, las que no revelaron la presencia de partículas extrañas a la suspensión de prueba y la determinación mediante espectrometría láser con un equipo Helos Fa. Sympatec de la densidad de distribución de tamaño de partícula, las que mostraron que la dispersión del material particulado en el electrolito (agua e hidróxido de potasio) fue adecuada y confirmaron la ausencia de contaminación.

En cuanto a la centrífuga analítica empleada para desarrollar los ensayos, fue una máquina LUMiFuge 116, fabricada por L.U.M. GmbH., donde se utilizaron cubetas del tipo rectangular de polystyrol de $3 \times 7 \text{ mm}^2$. El análisis de imágenes y la determinación de la velocidad de sedimentación se realizó mediante el software LUM View v. 2.0, que es provisto por la misma firma. Los principales datos técnicos del equipo se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2: Datos técnicos de la centrífuga analítica LUMiFuge 116

Tipo de equipo	Sistema de análisis de suspensiones LUMiFugeTM
Fabricante	L.U.M. GMBH
Intervalo de medida	10 s - 600 s
Velocidad de centrifugación	300 rpm – 3.000 rpm
Factor de aceleración	12 – 1.200
Fuente de luz	nir-led
Longitud de onda en el espectro BW 50%	80 nm
Foto sensor	CCD sensor de una fila
Numero de cubetas	8
Cubetas	Rectangulares de polystyrol, $3 \times 7 \text{ mm}^2$ Cilíndricas de vidrio, $\varnothing = 11,5 \text{ mm}$ Cubetas de precisión óptica ($1 \times 10 \text{ mm}^2$ y $2 \times 10 \text{ mm}^2$)
Volumen de prueba	$0,5 \text{ cm}^3$; 2 cm^3 ; $0,15 \text{ cm}^3$; $0,3 \text{ cm}^3$
Rango de concentraciones volumétricas	1 % hasta 90 %
Rango de tamaños de partículas	50 nm – 1.000.000 nm
Rango de densidad de partículas	10 kg/m^3 - 10.000 kg/m^3
Rango de velocidades de sedimentación	1 nm/s - 750.000 nm/s

La metodología de preparación de las muestras, así como el rango de las medición y el análisis de los datos suministrados por la centrífuga analítica LUMiFuge 116 son analizados en detalle por Babick et al., (2006), Babick et al., (2007) y por Ripperger et al., (2002).

Los valores que se obtienen de la centrifugación corresponden a la velocidad de sedimentación efectiva del sistema de partículas ensayado. Por lo anterior, fue necesario para obtener los valores de la función de obstrucción de los sistemas de partículas ensayados, dividir la velocidad efectiva de sedimentación por la velocidad de Stokes, haciendo uso de las ecuaciones (1) y (2).

Finalmente, cabe indicar que la centrífuga analítica LUMiFuge 116 posee ocho (8) emplazamientos para cubetas, lo que permitió realizar ocho ensayos simultáneos, de manera que se dispuso de una considerable cantidad de valores experimentales para cada sistema de partículas y concentración volumétrica ensayada.

RESULTADOS Y DISCUSION

Los ensayos realizados mostraron claramente que la tendencia de la velocidad efectiva de sedimentación respecto de la concentración volumétrica de las partículas sub-micrométricas presentes en la suspensión, es la definida por la forma genérica de la función de obstrucción de Richardson y Zaki (Ec. 1), pero discrepan en el valor del exponente de la función, como lo muestra la figura 3, donde se presenta la contrastación de los valores experimentales de función de obstrucción para los sistemas de partículas de Monospher® 250 y Geltech S 201 con los valores de la función de

obstrucción empleando el exponente tradicional ($n = 4,65$), para escurrimientos con números de Reynolds menores a 0,25 en una presentación semi-logarítmica. Cabe indicar que el valor del número de Reynolds, para los escurrimientos estudiados fue menor a 0,001.

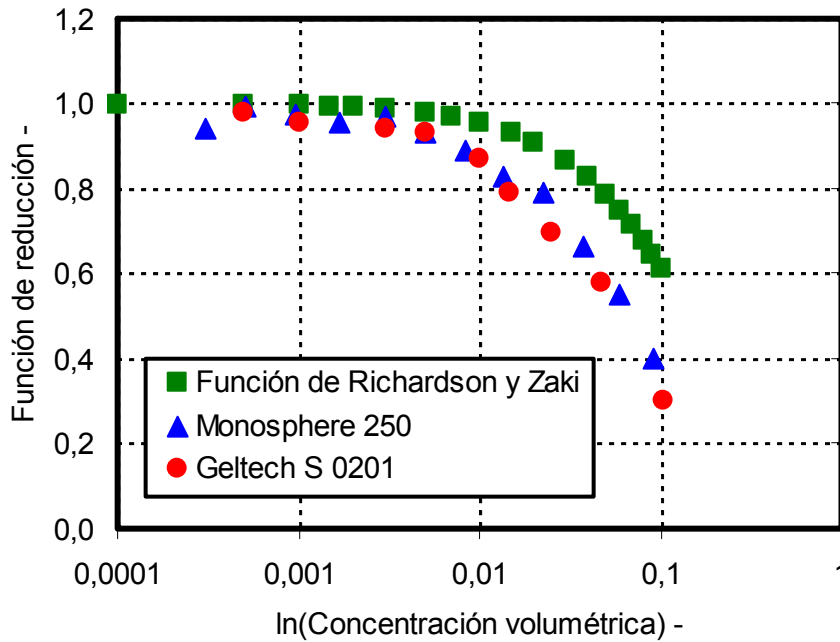


Fig. 3: Contrastación de los resultados experimentales de la función de obstrucción y de la función de obstrucción de Richardson y Zaki respecto de la concentración volumétrica

A su vez la figura 4 presenta la contrastación de los valores experimentales con la forma genérica de la función de Richardson y Zaki respecto al valor en un diagrama logarítmico a fin de determinar el valor del exponente de la función de obstrucción para los valores experimentales obtenidos y su comportamiento respecto del exponente utilizado convencionalmente ($n = 4,65$).

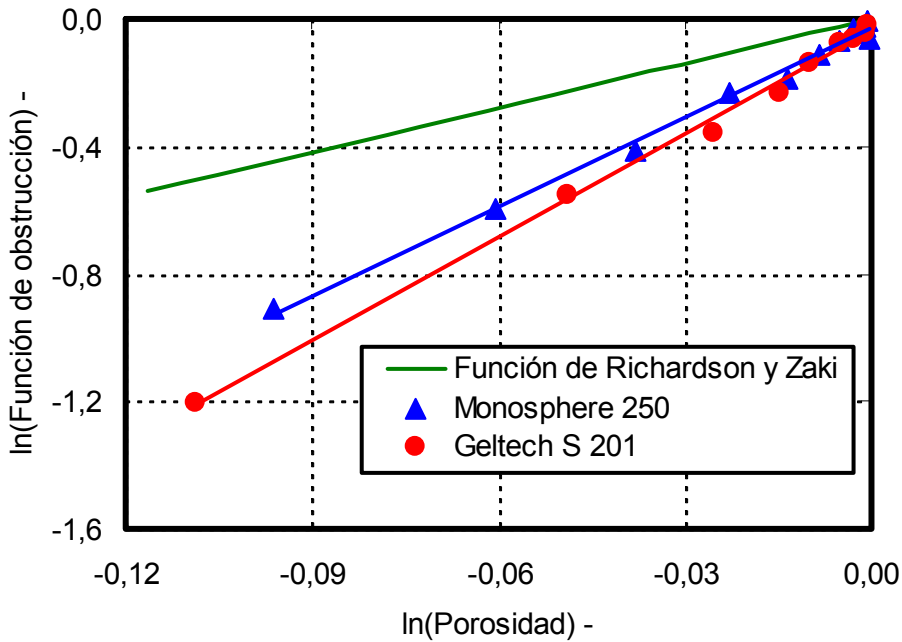


Fig. 4: Contrastación del comportamiento de los exponentes de la función de obstrucción obtenidos a partir de los resultados experimentales y del exponente de la función de obstrucción de Richardson y Zaki respecto de la porosidad de la suspensión

El comportamiento de los valores obtenidos por los sistemas de partículas ensayados es el esperable, ya que a medida que el tamaño de las partículas sub-micrométricas presentes en la suspensión disminuye, mayor será la cantidad de partículas sub-micrométricas existentes en ésta a igualdad de concentración volumétrica. Esta situación produce varios efectos, entre los que destaca el hecho que tanto la masa como el volumen individual de cada partícula decrece a medida que disminuye el tamaño de éstas en mayor proporción que lo hace su área superficial exterior, lo cual, conduce a que la magnitud de las fuerzas generadas por la acción de un campo mecánico de fuerzas, como lo es el gravitatorio o uno de carácter centrífugo disminuya ya que están directamente asociadas a la masa o el volumen, mientras que las fuerzas de origen electroquímico se incrementan notoriamente, ya que éstas están asociadas a la superficie expuesta al fluido viscoso o electrolito, a esto debe sumarse la fuerza difusión osmótica (Mason y Weaver, 1924).

Todo esto conduce a que la magnitud relativa de las fuerzas mecánicas disminuya notoriamente frente a la magnitud de las fuerzas electroquímicas y osmóticas. Estos efectos se traducen en una reducción de la velocidad de sedimentación del conjunto de partículas, respecto a la que tendría una partícula única del mismo tamaño que sedimentara en el mismo fluido viscoso o electrolito, la que alcanzaría teóricamente la velocidad de Stokes.

Una explicación más amplia del efecto del incremento de las fuerzas electroquímicas se obtiene del hecho que al existir una mayor cantidad de partículas en la suspensión por efecto de su disminución de tamaño conduce a que el área superficial de las partículas en contacto con el fluido viscoso, el que de hecho es un electrolito, aumente lo que implica que las fuerzas electroestáticas, las de van der Waals y las de atracción de Born, que se manifiestan a través del potencial Zeta, aumenten siguiendo lo indicado por la teoría DLVO (Babick et al., 2006; Babick et al., 2007, Camenen, 2008; Fu y Liu, 2007; Hoffmann y Husemann, 2003; Salinas-Salas et al., 2007, Schubert et al., 1990), lo que conduce a un relevante aumento de las fuerzas de repulsión entre las partículas adyacentes y con ello la formación de una suerte de red dinámica de partículas que impide tanto su sedimentación individual y como colectivo.

Considerando esto y el incremento a igual concentración volumétrica que tienen el área superficial de las partículas de tamaño de orden nanométrico y/o sub-micrométrico no coloidales, respecto del tamaño de las partículas analizadas por Richardson y Zaki (1954), se puede establecer que debería existir una reducción de la velocidad de sedimentación, representada a través del exponente de la función de reducción de velocidad o función de obstrucción, que la determinada en ese momento.

Como se aprecia en la figura 4, existe una directa relación entre el valor que toma el exponente de la función de obstrucción con el tamaño de las micro partículas que sedimentan. A la vez, que de la figura 4 es posible extraer los valores que adopta el exponente de la función de obstrucción para los sistemas de partículas ensayados, que para el caso del Monospher® 250, este exponente alcanzó un valor de 9,74, con un coeficiente de correlación $R = 0,996$, mientras que para el Geltech S 201 el valor del exponente fue 11,34, con un coeficiente de correlación $R = 0,995$. Los elevados valores de los coeficientes de correlación de los ajustes lineales en un gráfico logarítmico y la gran cantidad de ensayos realizados y datos disponibles, de los cuales se muestran sólo los representativos para las concentraciones ensayadas, permite inferir no sólo el muy buen nivel reproducibilidad de los valores alcanzados experimentalmente, sino que también la calidad con que se desarrollaron las distintas fases de este trabajo. Lo que se vio facilitado al realizarse los experimentos de acuerdo a la norma DIN 66111 (1989), utilizar materiales de referencia calibrados y equipos de control.

CONCLUSIONES

De este trabajo se puede concluir que los cálculos de velocidad de sedimentación de partículas sub-micrométricas no coloidales realizados a partir de la velocidad de Stokes y que empleen la función de corrección de Richardson y Zaki con el exponente convencional ($n = 4,65$) muestran significativas diferencias en su predicción del valor de la velocidad efectiva de sedimentación respecto de la que realmente se presenta en el caso de utilizar partículas de tamaño sub-micrométrico no coloidales.

Esto tiene especial importancia en los diseños de equipos de medida y de los sistemas y equipos de separación de material particulado en suspensión, por lo que se debe considerar tanto en su diseño y operación la situación ya indicada a fin de incrementar su precisión y eficiencia.

Al considerar un valor del orden de 10 para el exponente de la función de corrección de Richardson y Zaki a partir de los valores obtenidos experimentalmente para Monospher® 250, ($n = 9,74$) y Geltech S 201, ($n = 11,34$), para el caso de partículas de tamaño medio menor a 300 nm, resultaría adecuado ya que permite dar cuenta de una mejor manera la fenomenología de la sedimentación de conjuntos o colectivos de partículas sub-micrométricas no coloidales de ese orden de tamaño.

NOMENCLATURA

c_v	Concentración volumétrica del colectivo o sistema de partículas (-)
$(1 - c_v)$	Porosidad (-)
Fr	Factor de obstrucción (-)
g	Aceleración de gravedad (m/s^2)
n	Exponente de la función de obstrucción (-)
R	Coeficiente de correlación (-)
Re	Número de Reynolds (-)
$u_{Sedimentación}$	Velocidad efectiva de sedimentación del colectivo de partículas (m/s)
u_{Stokes}	Velocidad de Stokes para la sedimentación de la partícula de tamaño medio (m/s)
x	Diámetro medio del colectivo de partículas (m)
z	Factor de aceleración (-)
ρ_f	Densidad media del fluido o electrolito (kg/m^3)
ρ_p	Densidad media de la partícula (kg/m^3)
μ	Viscosidad dinámica del fluido (Pa·s)
\emptyset	Diámetro interior nominal (mm)

REFERENCIAS

- Babick, F., M. Stintz y G. Salinas-Salas; *Sedimentation of Colloidal Particles, Experimental study on the influence of the ionic strength on the hindrance function*, 12th IACIS International Conference on Surface and Colloid Science 2006 – Beijing, China: 1212 - 1219 (2006)
- Babick, F., G. Salinas-Salas, T. Sobisch y D. Lerche; *Particle interactions in dispersions of micro and nanoparticles*, PARTEC 2007 – Word Congress on Particle Technology, Nürnberg, Deutschland, 525-532 (2007)
- Batchelor, G.K.; *Sedimentation in a dilute dispersion of spheres*, Journal Fluid Mechanics 119, 379-408 (1982)
- Bernhardt C.; *Granulometrie*, 1ª Edición, 28-49, 85-135. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, República Democrática Alemana (1990)
- Camenen B., *Chapter 15 Settling velocity of sediments at high concentrations*, Proceedings in Marine Science, 9, 211-226 (2008)
- Dankers P.J.T. y J.C. Winterwerp; *Hindered settling of mud flocs: Theory and validation*, Continental Shelf Research: 27 (14) 1893-1907 (2007)

Davis, R.H. y A. Acrivos; *Sedimentation of noncolloided particles at low Reynolds numbers*, Ann Rev. Fluid Mech.: 17, 91-118 (1985)

DIN; *Norme 66111 Über Sedimentationsmethoden* (1989)

Einstein A.; *Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen*, Annalen der Physik IV, Folge: 9, 289-306 (1906)

Ettmayr, A., G. Bickert y W. Stahl; *Zur Konzentrationsabhängigkeit des Sedimentationsvorgangs von Feinstpartikelsuspensionen in Zentrifugen*, F & S (Filterieren und Separieren): 15 (2) 58-65 (2001)

Fu Y. y D. Liu; *Novel experimental phenomena of fine-particle fluidized beds*, Experimental Thermal and Fluid Science: 32 (1) 341-344 (2007)

Hoffmann, B. y K. Husmean; *Sinkgeschwindigkeit kugelförmiger Teilchen in Suspension bei laminar bzw. turbulenter Umströmung – Exakte Lösung der Bewegungsgleichung*, Chem. Ing. Techn.: 75 (3) 757-763 (2003)

Kirpalani D. M. y A. Matsuoka; *CFD approach for simulation of bitumen froth settling process – Part I: Hindered settling of aggregates*, Fuel: 87 (3) 380-387 (2008)

Mason, M. y W. Weaver; *The settling of small particles in a fluid*, Phys. Rev.: 2, 412-426 (1924)

Richardson, J.F. y W.N. Zaki; *Sedimentation and Fluidisation. Part I*, Trans. Inst. Chem. Eng.: 32, 35-53 (1954)

Ripperger, S, G. Salinas-Salas, M. Stintz y B. Bessely; *Untersuchungen der Sedimentation von nanoskaligen Partikeln im Zentrifugalfeld*, Filterieren & Separieren: 15 (2) 220-238 (2002)

Salinas-Salas G., I. Ruiz-Tagle y F. Babick; *Análisis de la función de corrección de la velocidad de sedimentación para micropartículas*, Ingeniare. Rev. Chil. Ing.: 15 (3) 283-290 (2007)

Schubert H., E. Heidenreich, F. Liepe y T. Neeße; 3ª Edición, 16-65. *Mechanische Verfahrenstechnik*, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, República Democrática Alemana (1990)

