

Campos Paralelos en Medios Quirales

Perla S. Espinosa⁽¹⁾, Mario H. Zamorano⁽²⁾ y Héctor R. Torres-Silva⁽³⁾

(1) Programa de Doctorado de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Tarapacá. Arica-Chile
(e-mail: perlae@gmail.com)

(2) Escuela Universitaria de Ingeniería Eléctrica-Electrónica, Universidad de Tarapacá,
Casilla 6-D. Arica-Chile (e-mail: mhzlucero@uta.cl)

(3) Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá, Casilla 6-D, Arica-Chile
(e-mail: htorres@uta.cl)

Recibido Sep. 29, 2010; Aceptado Nov. 26, 2010; Versión Final recibida Ene. 03, 2011

Resumen

En este artículo se presentan los efectos que producen los campos electromagnéticos en medios quirales. Estos medios son modelados por los conocidos formalismos matemáticos de Born Fedorov y Pasteur. A través de la equivalencia de estos dos modelos, se obtienen las relaciones entre la quiralidad y la dispersión espacial y entre la quiralidad y los parámetros del medio. Los resultados muestran que los campos electromagnéticos paralelos afectan significativamente la relación quiralidad-parámetros del medio, mientras que la relación entre quiralidad y dispersión espacial se mantiene inalterable. Por lo tanto, se concluye que, los campos paralelos solo afectan a la permitividad y permeabilidad del medio en una estructura quiral.

Palabras claves: campos paralelos, quiralidad, dispersión espacial, permitividad y permeabilidad

Parallel Fields in Chiral Media

Abstract

In this article, the effects produced by the electromagnetic fields in chiral media are presented. These media are modeled by the mathematical formalism of Born Fedorov and Pasteur. The relationship between chirality and spatial dispersion and the relationship between chirality and media parameters through the equivalence of these two models can be obtained. The results show that the parallel electromagnetic field significantly affects the relationship between chirality and the parameter media while the relation of chirality and dispersion spatial remains unchanged. It is concluded that the parallel fields only affect the permittivity and permeability of the medium in the chiral structure.

Keywords: parallel fields, chirality and spatial dispersion, permittivity and permeability

INTRODUCCIÓN

El fenómeno de los medios quirales comenzó a atraer la atención de la comunidad de electromagnetismo con los experimentos de microondas realizados por Lindman en 1920 -1922 y por Pickering en 1945, que aunque eran simples fueron muy significativos. Desde entonces se han realizados trabajos teóricos y experimentales acerca de los medios quirales y sus aplicaciones (Lindell et al., 1994; Jaggard et al., 1979; Viitanen y Puska, 1999). La quiralidad se define como la actividad óptica de los materiales. La actividad óptica es la capacidad de rotar el plano de la polarización de las ondas electromagnéticas, y ha sido siempre un fenómeno de gran importancia para muchas áreas de las ciencias, como la biología molecular, la química analítica, la detección de formas de vida, la optoelectrónica y las aplicaciones de pantallas (displays). La actividad óptica exhibida por los materiales naturales, como el cuarzo, es bastante débil y limitada al rango espectral óptico. En consecuencia, es de gran interés fabricar y caracterizar dispositivos y estructuras girotrópicas artificiales, para aplicaciones de control de polarización, tanto en microondas como en óptica (Plum et al., 2009). Desde que Pendry y Tretyakov (Pendry, 2004 y Tretyakov et al., 2003) predijeron que una fuerte quiralidad también puede resultar en la creación de metamateriales, se han comenzado a desarrollar investigaciones que usan medios quirales para obtener índices de refracción negativo. Por otro lado, el concepto de metamaterial, que se caracteriza por tener, simultáneamente, una permitividad y permeabilidad negativas sobre un cierto rango de frecuencias, comenzó con la propuesta de V. Veselago en la década del 60, cuando fueron investigadas, teóricamente, varias propiedades de estos materiales (Veselago, 1968).

En este trabajo se presenta la caracterización de medios quirales, a través del formalismo de Born Fedorov y de Pasteur, estableciéndose una equivalencia que permite estudiar y analizar el comportamiento de los parámetros de quiralidad y de dispersión espacial. Esta caracterización, hasta ahora, sólo ha sido desarrollada para campos eléctricos y magnéticos perpendiculares.

En el artículo se presenta el modelo y la simulación para campos paralelos, condición de suma importancia para estudiar fenómenos quirales (Rhodes y Dougherty, 1978), electromagnetismo gravitacional (Araujo Diniz y Pinheiro, 2000) y mecánica cuántica (Wang y Starace, 1997). Los resultados demuestran que la aplicación de campos paralelos a estructuras quirales modifican significativamente las características de las constantes del medio, respecto de la aplicación de campos perpendiculares. La continuación de este artículo está compuesta de las secciones de modelado matemático de los medios quirales, simulación computacional del modelo propuesto, análisis de resultados y conclusiones.

MODELOS MATEMÁTICOS DE LOS MEDIOS QUIRALES

Los medios quirales pueden ser caracterizados mediante diferentes formalismos matemáticos, de acuerdo a las aplicaciones deseadas. Para nuestros propósitos se utilizan las relaciones constitutivas de Born-Fedorov y Pasteur (Lindell et al., 1994), ya que ellas permiten relacionar la dispersión espacial con la quiralidad. Las ecuaciones de Born-Fedorov están dadas por:

$$\overset{\cdot}{D} = \varepsilon_{EDF} \left(\overset{\cdot}{E} + T \nabla \times \overset{\cdot}{E} \right) \quad (1)$$

$$\overset{\cdot}{B} = \mu_{DBF} \left(\overset{\cdot}{H} + T \nabla \times \overset{\cdot}{H} \right) \quad (2)$$

Como se aprecia en la ecuación (1) y (2), a la relación constitutiva básica se le suma un término rotacional, el que representa la dispersión espacial, cuyos coeficientes son $\varepsilon_{DBF} T$ y $\mu_{DBF} T$, donde $\overset{\cdot}{D}$ es la densidad del flujo eléctrico (C/m^2), $\overset{\cdot}{E}$ es la intensidad de campo eléctrico (V/m), ε_{EDF} es la permitividad del medio (F/m), $\overset{\cdot}{B}$ es la densidad del flujo magnético (Wb/m^2), $\overset{\cdot}{H}$ es la intensidad del campo magnético (A/m), μ_{EDF} es la permeabilidad magnética (H/m) y T es el

parámetro quiral (m). Debido a que el parámetro quiral tiene unidades de longitud, se le asocia al fenómeno de dispersión espacial. La segunda relación constitutiva, usada en este trabajo, es la de Pasteur, en razón de la relación lineal entre las variables y por ser covariantes. Las ecuaciones de Pasteur son:

$$\dot{D} = \varepsilon \dot{E} - i\kappa \dot{H} \quad (3)$$

$$\dot{B} = \mu \dot{H} + i\kappa \dot{E} \quad (4)$$

El parámetro κ representa la quiralidad del medio y tiene como unidad el recíproco de velocidad (s/m), su valor puede ser positivo o negativo, lo que dependerá de la estructura quiral; se asume $\kappa > 0$. Debido a que tanto Born-Fedorov como Pasteur consideran medios recíprocos, se hace la equivalencia entre ambas relaciones constitutivas, lo que permite establecer, por una parte, una relación entre los parámetros del medio (μ y ε) y la quiralidad (κ), y por otra parte, relacionar la dispersión espacial (T) con la quiralidad (κ). El desarrollo se encuentra en la Ref. (Lindell et al., 1994), y su resultado está dado por:

$$\varepsilon_{DBF} = \varepsilon \left(1 - \frac{\kappa^2}{\mu\varepsilon} \right) \quad (5)$$

$$\mu_{DBF} = \mu \left(1 - \frac{\kappa^2}{\mu\varepsilon} \right) \quad (6)$$

$$T = \frac{\kappa}{\omega(\mu\varepsilon - \kappa^2)} \quad (7)$$

Las ecuaciones (5) y (6), muestran la permitividad y permeabilidad de Born-Fedorov normalizada a los parámetros de Pasteur. Mientras que con la ecuación (7) se obtiene una relación entre la dispersión espacial y la quiralidad. Para la creación de medios fuertemente quirales se requiere que $\kappa^2 > \mu\varepsilon$. En (Zhang y Cui, 2007) y (Tretyakov et al., 2003) se dan a conocer las condiciones para obtener este tipo de medios.

En este artículo, y para el desarrollo de futuros proyectos del grupo de trabajo, se analiza el caso en que los campos \dot{E} y \dot{B} son paralelos. El concepto de campos paralelos es importante en la formulación teórica de:

- El electromagnetismo espacial y del vacío (Bialynicki-Birula, 1988)
- Los campos gravitacionales clásicos y cuánticos (Araujo Diniz y Pinheiro, 2000)
- La electrodinámica cuántica (Breton, 2007)
- El estudio de partículas elementales (Pendlebury et al., 1980; Moses y Schoenberg, 1990 y Bolokhov et al., 2010)
- Del operador y matrices de Dirac (Torres, 2008a, 2008b)
- De los campos de torsión y la electrodinámica quiral (Torres, 2008b, 2008c).

La relación entre los campos se asume de la forma $\dot{E} = \alpha \dot{B}$, y considerando que $\alpha = i / \sqrt{\mu\varepsilon / 4}$, se obtiene la ecuación $\dot{E} = i\eta \dot{H} = i\sqrt{\frac{\mu/2}{\varepsilon/2}} \dot{H}$. Esto permite redefinir la permitividad y la permeabilidad como $\mu/2$ y $\varepsilon/2$ respectivamente. Por lo que las ecuaciones (5)-(7) toman la siguiente forma:

$$\frac{\varepsilon_{DBF}}{2} = \varepsilon \left(1 - \frac{\kappa^2}{\mu\varepsilon} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\mu_{DBF}}{2} = \mu \left(1 - \frac{\kappa^2}{\mu\varepsilon} \right) \quad (9)$$

$$T = \frac{\kappa}{\omega(\mu\varepsilon - \kappa^2)} \quad (10)$$

Asumiendo, en las ecuaciones (8)-(10), que $\varepsilon > 0$, $\mu > 0$, $\kappa > 0$ y $\kappa > \sqrt{\mu\varepsilon}$, se obtiene que los parámetros ε_{DBF} , μ_{DBF} y T son negativos, lo que permite concluir que los medios fuertemente quirales son equivalentes a medios Veselago (Veselago, 1968), para ondas polarizadas circularmente a la derecha.

Un caso excepcional se obtiene cuando $\mu = 0$, $\varepsilon = 0$ y $\kappa \neq 0$, lo que se traduce, respectivamente, en que $\mu_{DBF} = -\infty$, $\varepsilon_{DBF} = -\infty$ y $T = -1/\omega\kappa$. Esta singularidad es conocida como “*Chiral Nihilicity Medium*” (Tretyakov et al., 2003), y se caracteriza por tener la interesante propiedad de doble refracción. Si una onda plana polarizada linealmente proveniente del espacio libre e incide sobre un medio de estas características, la onda será dividida en dos ondas polarizadas circularmente, tal que, una de ellas tendrá refracción positiva y la otra refracción negativa, como las obtenidas en los medios Veselago.

SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

La simulación computacional del modelo, dado por las ecuaciones (5)-(7) y (8)-(10), se realizó mediante plataforma Matlab R2008a. Las ecuaciones fueron ingresadas directamente a la ventana de comandos y graficadas para un rango de $\kappa/\sqrt{\mu\varepsilon}$ entre [0, 3]. Los resultados del análisis computacional se muestran en las Fig. 1 y 2.

En la Fig. 1, se muestra la relación entre los parámetros del medio y la quiralidad, dada por las ecuaciones (5)-(6) y (8)-(9). Se aprecia cómo afecta los campos paralelos a las relaciones de permitividad y permeabilidad efectivas con respecto a la quiralidad. El análisis de esta figura puede dividirse en 2 partes: quiralidad fuerte ($\kappa^2 > \mu\varepsilon$) y quiralidad débil ($\kappa^2 < \mu\varepsilon$).

En el primer caso, los campos paralelos provocan que las curvas de permitividad y permeabilidad efectivas presenten mayor pendiente negativa a medida que aumenta la quiralidad. Se puede apreciar, directamente de la Fig. 1, que tanto los valores de permitividad, como de permeabilidad, toman valores más negativos en el caso de aplicar campos paralelos. Por lo que se puede concluir que, con medios fuertemente quirales y campos paralelos, es más fácil obtener medios Veselago (Veselago, 1968), conocidos también medios metamateriales.

En el caso de quiralidad débil, la permitividad y permeabilidad efectivas resultan ser el doble cuando se aplican campos paralelos. En este caso, se tienen valores positivos de permitividad y permeabilidad, de lo que se deduce que los medios dieléctricos convencionales pueden presentar una débil quiralidad sin mayores problemas.

En la Fig. 2 se aprecia que el uso de campos paralelos no afecta la relación entre la dispersión espacial y la quiralidad, manteniendo la forma de la curva. Además se observa que, cuando $\kappa \rightarrow \sqrt{\mu\varepsilon}$, el valor de T se hace muy grande, lo que significa que se tiene una fuerte dispersión espacial; pero a medida que κ se aleja de la singularidad ($\sqrt{\mu\varepsilon}$), la dispersión espacial cae

rápidamente. De aquí se desprende que, una fuerte dispersión espacial no está directamente relacionada con fuerte quiralidad.

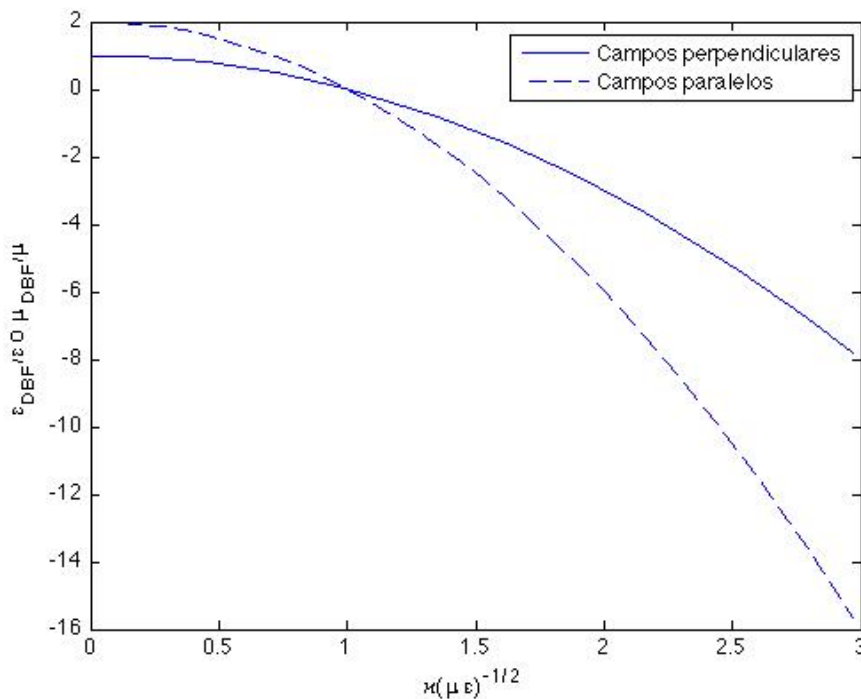


Fig. 1: Relación entre la permitividad-permeabilidad normalizada y la quiralidad.

Se discute a continuación el caso puntual de campos paralelos en que $\dot{\vec{E}} = i\eta\dot{\vec{H}}$, cuando existe una fuerte dispersión espacial. Para medios bi-isotrópicos, modelados por las ecuaciones (3) y (4), y considerando que los campos electromagnéticos son armónicos en el tiempo, la energía total es dada por:

$$w = w_e + w_m = \epsilon \frac{|\dot{\vec{E}}|^2}{2} + \mu \frac{|\dot{\vec{H}}|^2}{2} = 0 \quad (11)$$

La solución de la ecuación anterior puede ser considerada como vectores potenciales de dos ondas TEM viajando en direcciones opuestas. En general, la distribución del flujo de energía no es equitativa, por lo que en una dirección habrá mayor densidad de energía que en la dirección opuesta. Las ondas TEM son llamadas ondas viajeras. En el caso especial que nos interesa, donde la energía total es cero, se puede entender físicamente que la energía que fluye en una dirección es igual a la que se propaga en dirección opuesta. Por lo que no hay flujo de energía en el medio y la suma de las dos ondas TEM forman una onda estacionaria.

Matemáticamente, la cantidad de densidad de energía propagada es proporcional a la magnitud del vector de Poynting: $\dot{\vec{S}} \propto \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{B}}$. La condición, para una onda estacionaria, es que el tiempo promedio de $\dot{\vec{S}}$ sea cero. Esto puede ser logrado si: i) $\dot{\vec{S}}$ es nulo para todo tiempo y en toda la región del espacio a considerar, o sea, $\dot{\vec{S}}(r,t) = 0$; y ii) $\dot{\vec{S}}$ cambie de signo temporalmente, de manera que el tiempo promedio sea nulo, $\dot{\vec{S}}(r,t)_{av} = 0$. El hecho que $\dot{\vec{S}} = 0$ significa que $\dot{\vec{E}}$ o $\dot{\vec{B}}$ sean nulos (caso electro-magnetostático) o que los campos sean paralelos $\dot{\vec{E}} \parallel \dot{\vec{B}}$. Esto significa que para campos variables en el tiempo se originan ondas estacionarias TEM con $\dot{\vec{E}} \parallel \dot{\vec{B}}$. Las ondas estacionarias TEM se emplean para derivar la condición general de la existencia de estas ondas en medios sin fuentes.

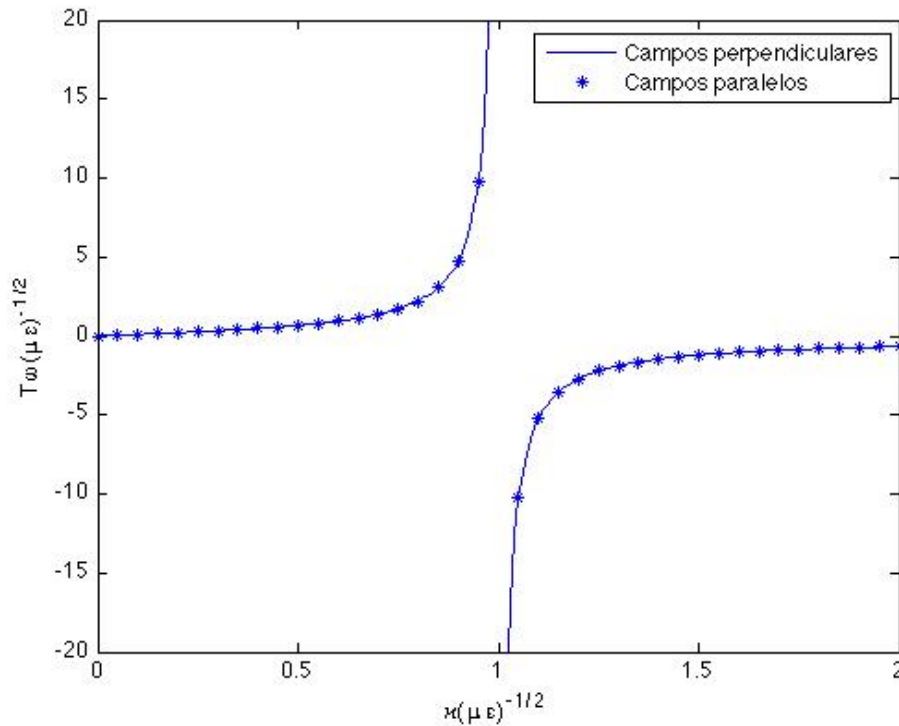


Fig. 2: Relación entre la dispersión espacial y la quiralidad.

CONCLUSIONES

De los resultados de la simulación se desprende que, el uso de campos paralelos solo afecta los parámetros de permitividad y permeabilidad efectivas del medio quiral, sin afectar la dispersión espacial. Otra conclusión importante es que, los conceptos de fuerte quiralidad no implican fuerte dispersión espacial; por lo tanto en medios fuertemente quirales, ($\kappa > \sqrt{\mu\epsilon}$), la dispersión espacial es débil y los parámetros de ϵ , μ y T son negativos, por lo que se concluye que un medio fuertemente quiral es similar a un medio Veselago,

Para el caso de medios quirales débiles, ($\kappa < \sqrt{\mu\epsilon}$), la dispersión también es débil y los parámetros ϵ , μ y T son positivos, por lo que se tiene una situación similar a los medios convencionales. La fuerte dispersión espacial se obtiene en un punto singular, ($\kappa = \sqrt{\mu\epsilon}$), sin necesariamente presentar una fuerte quiralidad. Con la aplicación de campos electromagnéticos paralelos, la propagación neta de energía es nula.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el financiamiento entregado por la Universidad de Tarapacá a través del Programa de Doctorado y del Proyecto de Investigación UTA 8731-08.

REFERENCIAS

Araujo Diniz S. y Pinheiro C., Analysis of Maxwell Equations in a Gravitational Field (2000). <http://arxiv.org/pdf/hep-th/0006133> Acceso: 5 de Agosto (2010).

Bialynicki-Birula, I. Nonlinear Structure of the Electromagnetic Vacuum, Physica Scripta. Vol.21, 22-26, (1988).

- Bolokhov, P., M. Pospelov y M. Romalis, Electric Dipole Moments as Probes of CPT Invariance (2008). http://arxiv.org/PS_cache/hep-ph/pdf/0609/0609153v3.pdf Acceso: 8 de Julio (2010).
- Breton, N. Lagrangiano Efectivo en QED y Lagrangiano de Born-Infeld, *Rev. Mex. Física*, 54 (4), 10-16, (2007).
- Jaggard, D.L., A.R. Mickelson y C.H. Papas, On Electromagnetic Waves in Chiral Medium. *Applied Physics*, 18(2), 211-216, (1979).
- Lindell, I. V. , A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov y A. J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. Artech House, Boston, (1994).
- Moses, R. W. y K. F. Schoenberg, *Kinetic and Electromagnetic Transport Processes in Toroidal Devices*, (1990).
<http://www.osti.gov/bridge/purl.cover.jsp;jsessionid=BCDAF7C2D7A5111DC88743837713466B?url=/6357402-0WCflk/> Acceso: 2 de Agosto (2010).
- Pendlebury, J.M. y K. Smith, The Electric and Magnetic Moments of Neutron, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B* 290, 617-626, (1980).
- Pinheiro, C., J.A. Helayel-Neto y G. S. Dias, Non Parallels Electric and Magnetic Fields in a F.R.W. Cosmology. Classical and Quantum Gravitational Implications, http://arxiv.org/PS_cache/hep-th/pdf/0006/0006130v1.pdf Acceso: 16 de Agosto (2010).
- Plum, E., J. Zhou, J. Dong, V.A. Fedotov, T. Koschny, C.M. Soukolis y N.I. Zheledev, Metamaterial with Negative Index due to Chirality, *Physical Review B*. 79(3), 0354071-0354076. (2009).
- Rhodes, W. y R.C. Dougherty, Effects of Electric and Magnetic Fields on Prochiral Chemical Reactions: Macroscopic Electric and Magnetic Fields can Cause Asymmetric Synthesis, *J. AM. Chem. Soc.*, 100(19), 6247-6248 (1978).
- Shelby, R.A., D. R. Smith y S. Schultz, Experimental Verification of a Negative Index of Refraction, *Science* 292, 77 (2001).
- Torres-Silva, H. The Close Relation Between the Maxwell System and the Dirac Equation when the Electric Field is Parallel to the Magnetic Field, *Ingeniare, Revista chilena de ingeniería*: 16(1), 43-47, (2008).
- Torres-Silva, H. Dirac Matrices in Chiral Representation and the Connection with the Electric Field Parallel to the Magnetic Field, *Ingeniare, Revista chilena de ingeniería*: 16(1), 48-52, (2008).
- Torres-Silva, H. Electrodinámica quiral: Eslabón para la unificación del electromagnetismo y la gravitación, *Ingeniare, Revista chilena de ingeniería*: 16(1), 06-23, (2008).
- Tretyakov, S., I. Nefedov, A. Sihvola, S. Maslovski y C. Simovski, Waves and Energy in Chiral Nihility, *J. Electromagnetics Waves Appl.* 17(5), 695-706 (2003).
- Viitanen, A.J. y P.P. Puska, Reflection of Obliquely Incident Plane Wave from Chiral Slab Backed by Soft and Hard Surface, *IEE Proc. Microwave Antennas Propag.*, 146, 271-276 (1999).
- Veselago, V. G. The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ , *Sov. Phys. Usp.* 10, 509 (1968).
- Wang, Q. y A.F. Starace, Classical Interpretation of the Quantum Description of H₂ Photo Detachment in Parallel E and B Fields, *Physical Review A*, 55(1), 815-818 (1997).
- Zhang, C. y T. J. Cui, Spatial Dispersion and Energy in a Strong Chiral Medium, *Optics Express*, 15 (8), 5114-5119 (2007)

