Limitaciones de la Controlabilidad de Estados en los Procesos por Lotes

Lina M. Gómez⁽¹⁾, Hernán D. Álvarez⁽²⁾ y Héctor A. Botero⁽¹⁾

Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia. Grupo de Investigación en Procesos Dinámicos - KALMAN, (1) Escuela de Ingeniería Eléctrica y Mecánica, (2) Escuela de Procesos y Energía. Carrera 80 No. 65-223, Medellín-Colombia (e-mail: limage@unal.edu.co; hdalvare@unal.edu.co; habotero@unal.edu.co)

Recibido Ene. 24, 2012; Aceptado Mar. 12, 2012; Versión final recibida Mar. 20, 2012

Resumen

En este trabajo se analizan las barreras más importantes que se presentan cuando se desea analizar la controlabilidad de estados de un proceso por lotes, y se resalta la necesidad de incluir las características de irreversibilidad e irrecuperabilidad del estado inicial que poseen estos procesos. Se analizan dos casos de estudio, mediante los cuales se concluye que en dichos sistemas no se puede verificar la controlabilidad, sino que sólo es posible analizar la alcanzabilidad. Adicionalmente, se demuestra por medio de simulaciones, que el efecto de la acción de control es limitado y que existe una dependencia muy fuerte entre las condiciones iniciales y la evolución del sistema, lo cual debe considerarse en el diseño de controladores para estos procesos.

Palabras clave: proceso por lotes, controlabilidad, irreversibilidad, alcanzabilidad

Limitations of the State Controllability of Batch Processes

Abstract

This work shows the most important barriers found when controllability of batch processes is analyzed. The need of including irreversibility and initial state irrecoverability into that analysis is highlighted. Two study cases are analyzed. The conclusion is that such systems do not verify the controllability and therefore it is only possible to analyze the reachability of this kind of batch processes. Furthermore, it is shown through simulations that control action effect is limited and there is a strong dependency between initial conditions and batch evolution, which must be considered in then design of batch process controllers.

Keywords: batch processes, controllability, irreversibility, reachability

INTRODUCCIÓN

Los procesos por lotes, del inglés “*batch processes*”, han sido ampliamente usados en la industria alimenticia, química y farmacéutica (Bonvin, 1998). En los últimos años se ha incrementado su aplicación debido a la gran flexibilidad que poseen, vista como la capacidad para manejar diferentes tipos y cantidades de productos en un mismo equipo. Los procesos por lotes, al igual que cualquier otro proceso, poseen una naturaleza dinámica, y por lo tanto requieren que durante su operación se ejecuten acciones correctivas que reduzcan los efectos negativos de las perturbaciones a las que se encuentran sometidos. Lo anterior hace que el estudio de sistemas de control para estos procesos sea un área de investigación permanente y de interés actual.

Además de las características dinámicas que posee todo proceso, tales como restricciones físicas, químicas y energéticas, el modo de operación adiciona nuevas restricciones. Por ejemplo, en los procesos por lotes se tienen otras características dinámicas que hacen aún más complejo su control, como: punto de operación variante en el tiempo, comportamiento irreversible y perturbaciones inherentemente internas (Gutiérrez et al., 2005; Bonvin, 1998). Aunque se han propuesto soluciones satisfactorias para problemas de procesos por lotes específicos, existe poca literatura en la cual se analicen estos procesos dentro del marco de la teoría de control. Lo anterior imposibilita analizar el efecto de algunas características dinámicas importantes como la estabilidad, la controlabilidad de estado y la observabilidad, ya que usualmente sólo se estudia el problema de optimización con el fin de mejorar el rendimiento (Srinivasan et al, 2003).

Respecto al análisis de la estabilidad, debe considerarse que los procesos por lotes funcionan con el punto de operación variante en el tiempo, lo cual obliga que deban considerarse siempre en estado transitorio, ya que no poseen un punto de equilibrio bien definido (Russell et al., 2000). En el caso de los procesos de fermentación semilote, el punto de equilibrio no tiene sentido físico, ya que todos los estados valdrían cero. Debido a lo anterior, la teoría de estabilidad de sistemas no lineales, la cual se utiliza comúnmente para analizar la estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema (ver por ejemplo Vidyasagar, 1993), no es completamente aplicable en los procesos por lotes.

Una situación similar se presenta para el análisis de la controlabilidad de los procesos por lotes, lo cual se evidencia en las pocas referencias bibliográficas disponibles que discuten el tema. Uno de los trabajos más sobresalientes en este sentido es el de Hangos (2005), en el cual se analiza la alcanzabilidad de un modelo simple de fermentación semilote, con tres variables de estado: biomasa, sustrato y volumen. Sin embargo, en ese trabajo no se relacionan los resultados obtenidos con las características dinámicas particulares de los procesos por lotes, en particular con la irreversibilidad, ni tampoco se consideran aspectos como la saturación de la acción de control, la cual siempre está presente en los procesos reales. De otro lado, en la propuesta de Srinivasan y Bonvin (2007) se propone un análisis de controlabilidad entrada – salida para procesos por lotes, la cual no coincide con el concepto inicial de controlabilidad de estados dado por Kalman (1960); además, en dicha propuesta se requiere linealizar el sistema a lo largo de una trayectoria deseada, lo cual constituye una aproximación muy fuerte.

En este sentido, el objetivo del presente trabajo es evidenciar las limitaciones que se presentan cuando se analiza la controlabilidad de estados de un proceso por lotes, visto como un sistema irreversible, y se evidencia la necesidad de desarrollar estrategias de análisis de irreversibilidad, en el marco de la teoría de control, con el fin de establecer herramientas matemáticas más acertadas. El trabajo está estructurado de la siguiente manera: en la sección 2 se retoma el concepto de procesos por lotes y se definen la irreversibilidad y la estructura del modelo para este tipo de procesos; en la sección 3 se revisa el concepto de controlabilidad de sistemas no lineales y se discute su aplicación en los procesos por lotes; en la sección 4 se analizan dos casos de estudio para evaluar la controlabilidad de procesos por lotes; en la sección 5 se analiza la irreversibilidad de los procesos por lotes y su relación con la controlabilidad y finalmente en la sección 6 se presentan las conclusiones.

PROCESOS POR LOTES Y SUS CARÁCTERÍSTICAS DINÁMICAS

Los procesos por lotes son aquellos que tienen como objetivo la producción de cantidades finitas de un producto determinado (material de salida) a partir de unas cantidades finitas de materiales de entrada, con un conjunto ordenado de actividades de proceso, en un periodo finito de tiempo usando uno o más equipos. Típicamente un proceso por lotes incluye la carga del material en el proceso, el procesamiento del material, la descarga del producto final y la preparación del siguiente lote (Norma S88.01 ANSI/ISA, 1995).

Además de los procesos continuos y por lotes, es común encontrar combinaciones de ambos, conocidos como procesos semilote, del inglés "*semibatch*", en los cuales se adiciona continuamente o intermitentemente uno o varios materiales de entrada, sin salida de producto; o se remueve continuamente producto, sin la adición de material de entrada (Srinivasan et al, 2003). Aunque estos procesos tienen características tanto continuas como discontinuas, generalmente se incluyen dentro de la categoría de los procesos por lotes debido a que su comportamiento temporal se asemeja más a esta clase de procesos, y por lo tanto comparten las mismas características dinámicas.

Irreversibilidad

Una de las características que presentan los procesos por lotes o semilotes es la irreversibilidad. Existen varias formulaciones de la termodinámica clásica para definir este término, cada una de las cuales tiene sus propias hipótesis, interpretaciones y conclusiones. Por ejemplo, Uffink (2001) presenta las diferentes formulaciones de la segunda ley de la termodinámica y dos interpretaciones del término irreversibilidad.

La primera interpretación se refiere a la imposibilidad de deshacer el estado final obtenido, una vez el proceso comienza a evolucionar. Uffink (2001) y Haddad et al (2005) proponen que en esta interpretación se remplace el término irreversibilidad "*irreversibility*" por el de irrecuperabilidad "*irrecoverability*". De hecho Haddad et al (2005) definen la recuperabilidad como la habilidad que tiene un sistema dinámico para que el estado final asociado a una trayectoria o curva de solución, denotado por $\phi(\cdot, x_0, u) : [t_0, t_1] \rightarrow X$, pueda recobrar el estado inicial, denotado por x_0 , que generó dicha trayectoria, en un tiempo finito y con una acción de control acotada. Es importante aclarar que el sistema no necesariamente recupera el estado inicial en orden inverso, porque puede hacerlo por otra trayectoria. Adicionalmente, para que un sistema dinámico sea recuperable no puede tener ningún estado que sea estrictamente creciente o estrictamente decreciente en el tiempo. Por ejemplo, los fenómenos de corrosión y desgaste son procesos que poseen la característica de irrecuperabilidad.

La segunda interpretación de irreversibilidad se refiere a que el proceso presenta desviaciones del equilibrio que no pueden ser despreciadas, o que la evolución del sistema ocurre lejos del equilibrio, por ejemplo, la turbulencia y los procesos biológicos. En este último caso, los organismos se transforman permanentemente, y en la mayoría de los casos es imposible retornar a la condición inicial. En los procesos por lotes, la irreversibilidad se debe a que su evolución no ocurre alrededor de un equilibrio, debido a que éste se encuentra fuera del dominio de la evolución del sistema, pues da una respuesta trivial, por ejemplo los estados iguales a cero. Por lo tanto, en este tipo de procesos la trayectoria de estado puede variar considerablemente cuando cambia ligeramente la condición inicial, lo cual produce un estado al final del lote el cual no satisface las especificaciones del producto final. La Figura 1 muestra la evolución del estado de un proceso por lotes para el proceso de producción de penicilina PPP (Cuthrell and Biegler, 1989, cuyo modelo se explicará más adelante), cuando cambia la condición inicial. En esta figura puede observarse como las trayectorias del estado son distintas y no tienden hacia ningún equilibrio. Al final del lote, en $t=120$ h, puede tenerse un producto fuera de especificaciones debido al cambio en las condiciones iniciales.

Fig. 1: Efecto de las condiciones iniciales en la evolución del PPP.

En el resto de este trabajo se utilizará el término *irrecuperabilidad del estado inicial* para la primera interpretación de la irreversibilidad y el término *irreversibilidad* para indicar que el sistema evoluciona lejos del equilibrio.

Modelo matemático de los procesos por lotes

Aunque existen una gran variedad de modelos y clasificaciones que dependen de cada área o disciplina específica (Gómez et al., 2004), este trabajo sólo considera los modelos de los procesos por lotes con la representación del sistema dinámico en el espacio de estados en la forma afín al control, indicada en la ecuación (1):

$$\Sigma_{aff} : \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x) \quad (1)$$

Donde $\mathbf{x}(t) \in X$, es el estado del sistema, con X un subconjunto abierto de $\mathbb{R}^n$, o una variedad diferenciable M de dimensión n , las acciones de control o entradas $\mathbf{u}(t) \in U$, con U un subconjunto de $\mathbb{R}^m$. Además, la función dinámica f y g son (reales) analíticas; y las acciones de control $\mathbf{u}(\cdot)$ son señales medibles y acotadas. Además se deben cumplir tres condiciones:

- $f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x) \neq 0$, para todo $x \in X$ y $u \in U$
- Para algún $i=1, \dots, n$, y para todo $t \geq 0$ se cumple que $\dot{x}_i \geq 0$ o $\dot{x}_i \leq 0$; es decir, $\dot{x}_i$ es una función creciente o decreciente para todo $x \in X$ y $u \in U$.

iii) $x(t) \in X$ una variedad diferenciable suave de dimensión n y $u(t) = (u_1(t), \dots, u_m(t)) \in U$, con U en un subconjunto de $\mathbb{R}^m$.

La condición (i) refleja la irreversibilidad de los procesos por lotes, pues indica que el punto de equilibrio no se encuentra en el dominio del sistema; esto es, el equilibrio matemático es trivial y por tanto no tiene significado físico. La condición (ii) refleja la irrecuperabilidad de los procesos por lotes, es decir que no es posible regresar a puntos anteriores de la trayectoria de estado. La condición (iii) significa que la trayectoria de estado es continua.

La forma afín al control indicada en (1) incluye una gran cantidad de fermentadores, polimerizadores y reactores agitados que operan en modo por lotes o semilotes. Sin embargo, este tipo de modelo no incluye procesos en los cuales ocurren cambios de fase, por ejemplo evaporadores. Por lo tanto, la estructura del modelo (1) tiene una aplicación que, aunque limitada, representa una gran cantidad de procesos reales.

CONTROLABILIDAD DE SISTEMAS DINÁMICOS NO LINEALES

En 1960 R.E. Kalman en su trabajo “*On the General Theory of Control Systems*” (Kalman, 1960) definió el concepto de controlabilidad para un sistema lineal invariante en el tiempo. En trabajos posteriores este concepto se ha generalizado para los sistemas dinámicos no lineales (Hermann and Krener 1977; Sontag, 1990; Isidori, 1995), en los cuales se diferencian varios grados de controlabilidad. Por ejemplo, cuando el análisis que se realiza es local, se consideran la alcanzabilidad y la controlabilidad local; y cuando el análisis es global se tienen la alcanzabilidad y la controlabilidad débil. En los sistemas lineales este par de conceptos son equivalentes, y por eso generalmente sólo se habla de controlabilidad. En palabras simples, la controlabilidad se puede interpretar como la habilidad que tiene un sistema dinámico para alcanzar un estado final predeterminado. Sin embargo, se tienen definiciones formales para estos conceptos, algunas de las cuales se amplían a continuación.

Definiciones básicas

Conjunto alcanzable $R(x_0)$ Es el conjunto que contiene todos los puntos del espacio de estado que pueden ser alcanzados por soluciones del sistema (1); matemáticamente $R(x_0) = \{\phi(t, 0, x_0, \omega) \mid t \geq 0, \omega \in U\}$, con $\phi(t, 0, x_0, \omega)$ una solución del sistema (1).

Alcanzabilidad: El sistema (1) se dice que es localmente alcanzable alrededor de un punto $x_1 \in X$ si existe una vecindad V de x_1 en la cual el sistema pueda alcanzar cualquier estado x_2 en tiempo finito y con acciones de control apropiadas.

Controlabilidad local: El sistema (1) se dice localmente controlable en x_0 si para cada entorno U de x_0 $R_U(x_0)$ también es un entorno de x_0 .

Pruebas para evaluar la controlabilidad

Los métodos para verificar la controlabilidad de los sistemas indicados en (1) ya han sido ampliamente estudiados para sistemas continuos (Jakubczyk, 2001; Isidori, 1995, Sontag, 1998). Estos métodos proponen el cálculo de una distribución de controlabilidad (Δ):

$$\Delta = \text{span} \left\{ g, [f, g], [f, [f, g]], [g, [f, g]], [f, [f, [f, g]]], \right. \\ \left. [g, [f, [f, g]]], [f, [g, [f, g]]], [g, [g, [f, g]]] \right\} \quad (2)$$

donde $[f, g]$ representa el corchete de Lie de los campos vectoriales f y g .

En Isidori (1995) se muestra un algoritmo para calcular dicha distribución. Después de obtener la distribución de controlabilidad, se calcula su dimensión, para los puntos de interés en el espacio de estado. Si el sistema verifica la condición de rango, esto es $\dim \Delta = n$, se concluye que el sistema es alcanzable alrededor de cada punto evaluado (Hermann and Krener (1977, p.730)). Adicionalmente, en Sontag (1998) se indica que para que un sistema sea localmente controlable, además de satisfacer la condición de rango, el sistema debe ser reversible; por lo tanto, esta prueba de controlabilidad sólo es válida para sistemas reversibles; es decir, para sistemas continuos.

Controlabilidad práctica

Existen aspectos que no son abordados por la definición de básica de controlabilidad y que deben considerarse cuando se implementa un sistema de control, como la *saturación de las acciones de control*, las cuales son acotadas en la práctica por el elemento final de control o por seguridad (Ochoa, 2005). En algunos casos puede ocurrir que para alcanzar un punto de operación especificado se requiera llevar al menos una de las acciones de control por fuera de su intervalo disponible, lo cual ocasiona la saturación del elemento final de control. A continuación, por medio de dos casos de estudio se amplían las barreras que existen para evaluar la controlabilidad en los procesos por lotes.

CASOS DE ESTUDIO

En esta sección se analizan dos casos de estudio: un modelo del Proceso de Producción de Penicilina -en adelante PPP- ampliamente desarrollado y estudiado en optimización dinámica por (Cuthrell and Biegler, 1989; Luus, 1993; Banga, et al., 2005), y un modelo genérico de un proceso de fermentación semilote (Hangos et al, 2005). En ambos casos se evalúa la alcanzabilidad por medio de la condición de rango; además se analiza el efecto de la irrecuperabilidad y de la irreversibilidad en la controlabilidad; finalmente se indica el efecto de la saturación de la acción de control.

Proceso I: Producción de Penicilina (PPP)

El proceso de producción de la penicilina es una fermentación semilote, lo cual permite prolongar la fase exponencial de producción de la biomasa para aumentar la cantidad de la misma. En este tipo de operación, el proceso de producción comienza como si fuera un cultivo tipo lote (*batch*). Cuando los sustratos de crecimiento han sido consumidos, se agrega de nuevo sustrato al cultivo, permitiendo prolongar la fase exponencial. Con el fin de obtener el modelo que describa el PPP se realizan los balances de biomasa, sustrato y penicilina, junto con el balance total de masa, resultando el siguiente modelo fenomenológico del proceso:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mu(x_2, x_1)x_1 \\ \mu(x_2, x_1)\frac{x_1}{Y_1} - \rho(x_2)\frac{x_1}{Y_2} - m\frac{x_1x_2}{K_m + x_2} \\ \rho(x_2)x_1 - kx_3 \\ 0 \end{bmatrix}}_f + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{x_1}{s_F x_4} \\ \frac{1}{x_4} - \frac{x_2}{s_F x_4} \\ -\frac{x_3}{s_F x_4} \\ \frac{1}{s_F} \end{bmatrix}}_g u \quad (3)$$

$$\rho(x_2) = \frac{\rho_m x_2}{K_p + x_2(1 + K_{in} x_2)} \quad (4)$$

$$\mu(x_2) = \frac{\mu_m x_2}{K_m + x_2(1+10x_2)} \quad (5)$$

Donde, x_1 es la concentración de la biomasa, x_2 es la concentración del sustrato, x_3 es la concentración del producto, x_4 el volumen del reactor, u el caudal de alimento, s_F la concentración del sustrato en el fluido de alimentación, μ_m , ρ_m , K_m , K_{in} , K_p , k , son parámetros cinéticos y Y_1, Y_2 parámetros de rendimiento (Banga et al., 2005).

Evaluación de la condición de rango. Para ello se calcula la dimensión de la distribución de controlabilidad que se indica en la Ecuación (2). Ese cálculo para el caso del PPP indica que la dimensión de la distribución de controlabilidad es de rango cuatro, para efectos ilustrativos se muestra la distribución de controlabilidad evaluada en dos puntos de operación, en diferentes instantes de tiempo.

Punto de operación 1 $[t = 2,47; u = 2,61; x_1 = 1,80; x_2 = 0,03; x_3 = 0,02; x_4 = 7]$

Punto de operación 2 $[t = 34; u = 10; x_1 = 30,47; x_2 = 0,003; x_3 = 0,74; x_4 = 10]$

$\begin{bmatrix} -0,0013 & -0,8360 & -22,0540 & 778,5500 \\ -2,22 \times 10^{-5} & 0,0246 & 0,2346 & 5,5831 \\ 0,3708 & 1,7627 & 46,8760 & 1659,4000 \\ 0,0052 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0,0747 & -0,8828 & -14,0590 & -315,2800 \\ -7,36 \times 10^{-5} & 0,0291 & 0,5062 & 12,3290 \\ 1,2252 & 1,8540 & 29,4620 & 659,7100 \\ 0,02 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
---	--

Matriz para el punto de operación 1

Matriz para el punto de operación 2

Por lo anterior, el sistema satisface la condición de rango y verifica la alcanzabilidad; es decir, el conjunto alcanzable puede contener una vecindad de dimensión n para cada x_0 ; esto es, el conjunto alcanzable tiene dimensión completa.

Controlabilidad práctica - Saturación de la acción de control. Aunque el modelo representado por el sistema (3) - (5) es alcanzable, se tienen problemas debido a la saturación de la acción de control. Por lo tanto, algunos puntos del espacio de estado, los cuales teóricamente pertenecen al conjunto alcanzable, realmente no son alcanzables. En la práctica, el caudal de alimentación se encuentra acotado por la capacidad de la válvula que lo regula, por ejemplo $0 \leq u \leq 50$ unidades. Por lo anterior, la determinación de la trayectoria por medio de la optimización dinámica debe incluir la restricción de la acción de control (Banga, et al., 2005; Luus, 1993; Cuthrell and Biegler, 1989).

Efecto de la irreversibilidad. Se simula el PPP para dos condiciones iniciales diferentes $x_0 = [1,5 \ 0 \ 0 \ 7]^T$ y $x_0 = [1,5 \ 0 \ 0 \ 7,5]^T$ con la acción de control óptima indicada en Banga et al. (2005). En la Figura 1 se observa que la evolución de las variables de estado del proceso depende de las condiciones iniciales.

Efecto de la irrecuperabilidad del estado inicial. Se simula el comportamiento del proceso para la condición inicial, $x_0 = [1,5 \ 0 \ 0 \ 7]^T$ y la acción de control óptima indicada en Banga et al. (2005). En la Figura 2, se observa que tanto el volumen como la concentración de la penicilina son funciones crecientes. Además, el volumen se comporta como un integrador de la acción de control, y por lo tanto nunca podrá tomar valores menores que la condición inicial ($x_4 > 7$ para todo t). Con la condición inicial dada se verifica la alcanzabilidad del sistema, pero no se verifica la controlabilidad local. Este comportamiento también muestra la limitación de la acción de control, la cual sólo afecta la rapidez de crecimiento del volumen y de la concentración de penicilina, pero no puede conseguir que estas variables de estado disminuyan.

Fig. 2: Evolución temporal del sistema para diferentes valores de la acción de control y x_0

Proceso II: Fermentación semilote

En los procesos de fermentación las células convierten materia prima (substratos) en productos y en más células (biomasa). La producción de más células significa que al aumentar su concentración, la velocidad de evolución del proceso puede crecer en el tiempo. Así pues, el objetivo de control de un proceso de fermentación semilote consiste en la producción de altas concentraciones de biomasa y/o producto. Para ello, se dispone de un flujo de alimentación de sustrato cuyo caudal es una de las posibles acciones de control, al igual que la energía en forma de calor.

En este caso de estudio se podría considerar una serie de variables ambientales que tienen una influencia directa en el metabolismo de las células, tal como temperatura, pH, oxígeno disuelto, dióxido de carbono disuelto, y que por lo tanto deberían ser controladas. Sin embargo, para simplificar el análisis, se considera que las variables ambientales se encuentran controladas y constantes y por lo tanto sus efectos no se tienen en cuenta. El modelo dinámico más simple de un fermentador semilote consiste en el balance de las células y de sustrato, pero sin incluir el producto:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mu(x_2)x_1 \\ -\frac{1}{Y}\mu(x_2)x_1 \\ 0 \end{bmatrix}}_f + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{x_1}{x_3} \\ \frac{s_f - x_2}{x_3} \\ 1 \end{bmatrix}}_g u \quad (6)$$

$$\mu(x_2) = \frac{\mu_m x_2}{K_1 + x_2 + K_2 x_2^2} \quad (7)$$

Donde, x_1 es la concentración de la biomasa, x_2 es la concentración del sustrato, x_3 el volumen del reactor, u el caudal de alimento, s_f la concentración del sustrato en el fluido de alimentación, μ_m, K_1, K_2 son parámetros cinéticos y Y es un parámetro de rendimiento (Hangos, et al, 2005).

Evaluación de la condición de rango. En Hangos et al. (2005) se desarrolla en detalle este cálculo, obteniéndose una dimensión de $\Delta=2$, ver Ecuación 8; por lo tanto, el sistema no es alcanzable, ni controlable localmente.

$$\begin{bmatrix} [f, g]_1 \\ [f, g]_2 \\ [f, g]_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [f, g]_1 \\ -\frac{1}{Y}[f, g]_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para detallar esta situación, el sistema se descompone en una parte controlable y otra no controlable. Para ello se debe encontrar el complemento ortogonal de la distribución de controlabilidad ($\Delta^\perp$). De acuerdo con Hangos et al. (2005) de $\text{span}\{d\lambda\} = [\langle f, g | \text{span}\{g\} \rangle]^\perp$ se obtiene $\lambda(x_1, x_2, x_3) = -\frac{1}{Y}x_1x_3 - (x_2x_3) - x_3sf$, donde λ es un invariante que representa la hipersuperficie a la cual se encuentra restringida la evolución del sistema, que como se observa en la Figura 3 es de dimensión 2 y sobre la cual evolucionará cualquier trayectoria o solución del sistema.

Fig. 3: Hipersuperficie de alcanzabilidad de un fermentación semilote

Finalmente, en la Figura 3 se observa que la forma de la superficie depende de las condiciones iniciales, debido a la *irrecuperabilidad del estado inicial*; además, las variables de estado x_1 y x_3 siempre crecen independientemente de la acción de control, esto debido a la *irreversibilidad* del proceso.

ANÁLISIS DE LA IRREVERSIBILIDAD DE PROCESOS POR LOTES VISTOS EN LA CONTROLABILIDAD

Con base en los resultados obtenidos en los dos casos de estudio anteriores, se generalizan los efectos de la irreversibilidad y la irrecuperabilidad del estado inicial de los procesos por lotes con la representación en el espacio de estados indicada en (1) y que satisfagan las restricciones (i), (ii), (iii), desde el análisis de la controlabilidad de estado.

Efecto de la irrecuperabilidad del estado inicial

Los procesos por lotes, con la representación en el espacio de estados indicada en (1) y que satisfagan las restricciones (i), (ii), (iii), no verifican la propiedad de controlabilidad, ya que la irrecuperabilidad del estado inicial implica que $x_0 \notin \text{int}R(x_0)$. Por lo tanto, aunque se satisface la condición de rango y sistema puede moverse en todas las direcciones (alcanzabilidad), no todos los puntos del dominio pueden ser alcanzados (controlabilidad). Aunque desde el punto de vista práctico, esto puede resultar común en algunos procesos por lotes, es posible que frente a la aparición de ciertas perturbaciones el proceso evolucione hacia algunos puntos del espacio de estado que después no pueden ser recuperados o recobrados, perdiéndose incluso en algunos casos toda la producción de un lote. Se evidencia así la debilidad del sistema, al no cumplir con la propiedad de controlabilidad de estado (Hermann and Krener 1977; Sontag, 1990; Isidori, 1995). Generalmente, en un proceso continuo no se presentan este tipo de problemas.

Adicionalmente, la manifestación de la irrecuperabilidad del estado inicial mediante un estado creciente o decreciente, limita el efecto de la acción de control. Esta situación no está relacionada con la saturación del elemento final de control, sino con la limitación que tiene la acción de control sobre algunas variables de estado, ya que sólo puede cambiar en un único sentido la rapidez con la que aumentan o disminuyen dichas variables, pero no puede cambiar esta propiedad del sistema (Figura 2). Además, en algunos casos se tiene un valor límite a partir del cual el proceso entra en paro, por ejemplo el volumen máximo del reactor, de tal forma que el tiempo de duración se vuelve una variable crítica y debería conocerse el efecto a futuro de la acción de control sobre estas variables de estado acotadas (como el volumen del reactor). Adicionalmente, esta limitación se hace más crítica cuando el lote evoluciona en el tiempo, es decir, la duración finita del lote limita el impacto de las acciones correctivas, llevando inclusive a la eliminación total de posibilidades de corrección a partir de un tiempo dado cuando el valor de la variable de estado impactada por dicha entrada está cerca a su límite operativo (nivel cerca del volumen máximo).

Efecto de la irreversibilidad en la trayectoria de estado del proceso

La irreversibilidad en la trayectoria considera la dependencia del comportamiento de la trayectoria de las variables de estado del sistema con respecto a las condiciones iniciales del proceso. En palabras de Russell et al. (2000) "los procesos por lotes se encuentran ligados cronológicamente a sus condiciones iniciales". Lo más frecuente en la práctica es que tales condiciones no se midan correctamente o se consideren constantes (de acuerdo con indicativos del proveedor de las materias primas). Ante la evidencia de cómo las condiciones iniciales afectan la trayectoria del lote, sería imposible sostener que la controlabilidad del lote no se ve afectada por dichas condiciones. Por lo anterior, se propone incorporar el efecto de las condiciones iniciales en el análisis de la controlabilidad práctica de los procesos por lotes, y en sentido más extenso, incluir su efecto en el diseño simultáneo de este tipo de procesos y su sistema de control. Con esta información, el ingeniero de diseño podría determinar *a priori* las condiciones iniciales ideales, de tal forma que se facilite el control del proceso. Adicionalmente, las condiciones iniciales varían lote a lote, por lo tanto, el efecto de la incertidumbre de esta variable debería incorporarse en la etapa de modelado por ejemplo a través de uno o más parámetros que se ajusten de acuerdo con las

medidas más precisas posibles de las condiciones iniciales de cada lote. Es posible incluso pensar en alguna estructura que se aproveche de un modelo del proceso para identificar el valor de algunas variables no medidas de tales condiciones iniciales.

Finalmente, es de resaltar que al no poderse analizar la controlabilidad de estado a los procesos por lotes, como ha sido usualmente analizada para sistemas no lineales, limita el uso de técnicas, como la de escalado de procesos, propuesta por Ruiz y Alvarez (2011).

CONCLUSIONES

De los resultados mostrados, de su análisis y de su discusión, se pueden obtener las siguientes conclusiones, por medio de los casos de estudio se evidenció que debido al carácter irreversible de los procesos por lotes, y a su condición de irrecuperabilidad de la condición inicial, no es posible analizar la controlabilidad de estado como se plantea normalmente en la literatura -por ejemplo Sontag (1998)-, sino que sólo es posible evaluar si el proceso es alcanzable o no. Adicionalmente, se demostró que debido al carácter de irreversibilidad y de irrecuperabilidad de la condición inicial propia de los procesos por lotes, se tiene una fuerte dependencia de la evolución en el tiempo de dichos procesos con su condición inicial, lo cual ha sido poco discutido en la literatura de control, y marca una diferencia considerable con el análisis de los procesos continuos.

REFERENCIAS

ANSI/ISA-88.01-1995. Batch Control Part 1: Models and Terminology (1995)

Banga, J.R., Balsa-Canto, E., Moles, C., Alonso, A., Dynamic optimization of bioprocesses: Efficient and robust numerical strategies. *Journal of Biotechnology*, Vol. 117, pp 407-419 (2005)

Bequette, W. Behavior of a CSTR with a recirculating jacket heat transfer system. In Proceedings of the American Control Conference. Anchorage, AK (2002).

Bonvin, D., Optimal operation of batch reactors – A personal view. *Journal of Process Control*, Vol. 8, Nos. 5-6, pp. 335-368 (1998).

Cuthrell, J., Biegler, L., Simultaneous optimization and solution methods for batch reactor control profiles. *Comput. Chem. Eng.* pp.13 – 49(1989)

Gómez, L., A. Amicarelli, H. Alvarez, F. di Sciascio, El rol de los modelos en el diseño de equipos de procesos y sistemas de control. “VI Congreso Nacional de la Asociación Colombiana de Automática”, Ibagué, Noviembre (2004).

Gutierrez, L.P., M. Rincón and H. Alvarez, Control difficulties in bioprocesses inherited from their batch condition. *XI Reunión de Trabajo de Procesamiento de la Información y Control*, Septiembre, Rio Cuarto (2005).

Haddad, W., Chellaboina, V., Nersesov, S., Time-Reserval Symmetry, Poincaré Recurrence, Irreversibility, and the Entropic Arrow of Time: From Mechanics to System Thermodynamics. *Proc. 44th IEEE CDC-ECC*, España, pp. 5995-6002(2005).

Hangos, K.M., J. Bokor y G. Szederkényi, *Analisis and Control of Nonlinear Process System*. Springer, London (2005).

Hermann, R. y Krener, A.J., Nonlinear Controllability and Observability. *IEEE Trans. Aut. Contr*, Vol. 5. pp. 728-740(1977).

Isidori, A., *Nonlinear Control Systems*, Third edition, Springer, London (1995).

- Jakubczyk, B., Introduction to Geometric Nonlinear Control, Controllability and Lie Bracket. *Lecture Notes of Summer School on Mathematical Control Theory*, Trieste-Miramare, September (2001).
- Kalman, R.E., On the General Theory of Control System. *Proc. First IFAC Congress*, 1, 481-492. Moscow (1960).
- Luus, Optimization of fed-batch fermentors by Iterative Dynamic Programming, *Biotechnol. Bioeng.* Vol. 41 pp. 599-602 (1993).
- Ochoa, S., Metodología para la integración Diseño- Control en el espacio de estados. Tesis de Maestría en Ingeniería Química. Universidad Nacional de Colombia (2005).
- Russell, S.A., D. G. Robertson, J. H. Lee y B. A. Ogunnaike., Model-based quality monitoring of batch and semi-batch processes. *Journal of Process Control*, Vol. 10, pp.317-332.(2000).
- Sontag, E.D. *Mathematical Control theory*. Springer, New York.(1990).
- Ruiz, A. y Álvarez, H., Escalamiento de Procesos Químicos y Bioquímicos basado en un Modelo Fenomenológico. *Inf. tecnol.*, vol.22, no.6, pp. 33-52. (2011)
- Srinivasan, B., Palanki, S. y Bonvin, D., Dynamic optimization of batch processes I. Characterization of the nominal solution. *Computers and Chemical Engineering*. Vol. 27; pp. 1-26 (2003).
- Srinivasan, B., Palanki, S. y Bonvin, D., Controllability and stability of repetitive batch processes. *Journal of processes control*. Vol 17, pp. 285-295 (2007).
- Uffink, J., Bluff your way in the second law of thermodynamics. *J. Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, Vol 32 pp. 305-394 (2001).
- Vidyasagar, M., *Nonlinear System Analysis*. Prentice Hall, second edition, New York.(1993).