

Localización de paraderos de detención y diseño óptimo de rutas en el transporte de personal

A location-routing approach for personnel transportation

Víctor M. Albornoz¹ Edward H. Johns¹

Recibido 15 de marzo de 2010, aceptado 18 de noviembre de 2011

Received: March 15, 2010 Accepted: November 18, 2011

RESUMEN

En este artículo abordamos un problema que consiste en la selección de paraderos de detención y el respectivo diseño de rutas en los recorridos de buses que transportan personal desde el entorno de sus hogares al lugar en que laboran. Proponemos un modelo de programación entera de localización y ruteo como formulación matemática del problema en su conjunto. La formulación empleada permite alcanzar una solución óptima del problema al resolver diversas instancias de tamaño pequeño y mediano del mismo. Sin embargo, ante instancias de gran tamaño se hace necesario el empleo de alguna estrategia alternativa de resolución. Por ello se presenta igualmente un esquema jerárquico que resuelve el problema a través de un modelo de localización por cobertura para la selección de paraderos, seguido de otro diferente para el diseño de rutas, que asume como dada la ubicación de los puntos de detención. Este último considera igualmente el empleo de la heurística de Holmes y Parker en la resolución de las instancias de mayor tamaño. Los resultados exhibidos permiten apreciar la calidad de las soluciones entregadas por la estrategia alternativa respecto de la solución óptima del modelo propuesto y la necesidad de contar con alternativas de resolución en problemas de gran tamaño.

Palabras clave: Localización y ruteo, localización, ruteo vehicular, programación entera, problema de cobertura.

ABSTRACT

In this paper we face a problem that considers the selection of several bus stops from many potential ones and the respective design of optimal routes for the bus transportation of personnel from the surroundings of their houses to the place in which they work. We propose an integer programming model for the mathematical formulation of the resulting location-routing problem. The proposed location-routing model is suitable to solve little and medium size instances of the problem. However, to face large size instances of the problem an alternative strategy is needed. For that purposes, we propose a hierarchical scheme by solving a set covering location model for the bus stops selection, followed of another one for the design of routes based on the previous bus stops selected. To solve the vehicle routing problem we also incorporate the heuristic of Holmes and Parker for the resolution of larger instances of the problem. The alternative strategy does not provide the global solution to the problem but it is easy to apply and essential to face larger instances of the problem.

Keywords: Location-routing problem, location, vehicle routing problem, integer programming, covering location problem.

¹ Departamento de Industrias. Universidad Técnica Federico Santa María. Av. Santa María 6400. Vitacura. Santiago, Chile.
E-mail: victor.albornoz@usm.cl; edward.johns@usm.cl

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo empleamos herramientas propias de la investigación de operaciones para abordar de manera eficiente un problema de traslado de personal a su lugar de trabajo. El problema contempla la selección de las paradas de cada bus y la ruta que debe realizar para cumplir con las paradas programadas. La metodología adoptada consiste primeramente en la formulación de un modelo de programación entera que considera el problema de manera integral. El modelo de localización y ruteo propuesto permite determinar los paraderos de detención de entre un conjunto de potenciales alternativas y, simultáneamente, determinar las respectivas rutas para el recorrido de los buses necesarios en dicho traslado. Sin embargo, debido a la complejidad del modelo resultante, enseguida se detalla igualmente una estrategia alternativa que aborda el mismo de manera jerárquica, pues resulta natural su separación en dos subproblemas, uno de localización y otro de ruteo. Así, en este esquema jerárquico de resolución se considera un modelo de localización por cobertura seguido de un modelo de ruteo vehicular capacitado que asume como dados los paraderos seleccionados por el primero.

Cuando se diseña un sistema de transporte se deben tener en cuenta diversos aspectos. El primero de estos dice relación con el nivel de servicio que se espera dar a los usuarios (el personal de una faena minera en este trabajo) y, un segundo aspecto, relacionado con los objetivos económicos que se propone tomar en cuenta la empresa para esta planificación, comúnmente asociados con la minimización de los costos de transporte. Por otra parte, al abordar el problema mediante la formulación matemática de modelos de programación entera, se deben tener presente igualmente la naturaleza del modelo a utilizar, el tamaño resultante y su estrategia de resolución. Todo lo anterior tomando en cuenta por cierto las características propias del sistema como la cantidad de potenciales paraderos de detención a considerar, el número de personas que se debe atender y reunir en cada paradero, la capacidad del medio de transporte y las vías de acceso o rutas posibles para la circulación a través de la ciudad.

Existe una abundante literatura tanto en problemas de localización discreta, ver por ejemplo [1-4],

como también en el ámbito de problemas de ruteo vehicular, ver [5-9]. Ambas áreas están en permanente desarrollo debido al impacto que tiene la utilización de estas en el manejo y operación de sistemas, a las variadas situaciones que presentan las aplicaciones prácticas de problemas de esta naturaleza y debido también a la dificultad que usualmente representa la resolución de los modelos resultantes. La literatura también comprende referencias de modelos, heurísticas y técnicas algorítmicas de resolución para los también llamados problemas de localización y ruteo que aborda de manera simultánea situaciones donde están presentes ambas problemáticas, ver por ejemplo [10-14], por mencionar sólo algunas. Ahora bien, la literatura si bien es numerosa no se concentra en los modelos de aplicación específica, debido principalmente a que estos son desarrollados por consultoras que usualmente no están interesadas por publicar en revistas especializadas y por el hecho que lo desarrollado puede ser visto como una ventaja competitiva que no se desea divulgar. Sin embargo, las particularidades de cada problema a resolver, así como las condiciones en que se enmarca, hacen de interés conocer de las mismas como es el caso del presente trabajo.

En lo que sigue, el artículo propone abordar el problema mencionado y se organiza de la siguiente manera. La próxima sección hace una breve descripción de los antecedentes generales del problema. Enseguida se detalla el modelo de optimización propuesto para el sistema de distribución física descrito, que considera un modelo de localización de paraderos y diseño de las rutas. Luego se describe una estrategia alternativa que resuelve estos subproblemas separadamente. Más adelante describimos los principales detalles de la aplicación, los resultados alcanzados y, finalmente, las conclusiones y extensiones del presente trabajo.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En este artículo abordamos un problema que contribuya a la construcción de un sistema eficiente en el traslado de personal que debe viajar diariamente entre su ciudad establecida como residencia y una determinada faena minera que no tiene campamento para la estadía del personal, ubicada a varios kilómetros de distancia de la ciudad. Para dichos traslados existe una empresa externa que cuenta con una flota de buses con la misma capacidad,

correspondiéndole a la propia empresa minera la definición de las rutas y paradas en los diferentes traslados requeridos, principal objetivo del presente estudio.

La faena trabaja en régimen continuo y el personal opera en diferentes sistemas de turno según el área o unidad donde desarrolla sus labores. Los cuatro turnos de trabajo existentes dan lugar a diferentes horarios de traslado de personal, dividiendo a su vez los buses según el traslado de personal administrativo, operativo y de analistas. Todos los buses realizan un recorrido de más de una hora de viaje en la mañana, desde la ciudad a la faena, y un recorrido en la tarde, desde la faena a la ciudad. Adicionalmente, los buses del personal operativo realizan un recorrido extra en la mañana, de vuelta desde la faena a la ciudad (con el turno saliente), seguido de un recorrido extra en la tarde desde la ciudad a la faena (con un nuevo turno). En la Figura 1 se aprecia uno de los recorridos en el caso de personal administrativo en su recorrido de mañana y tarde.

El diseño de un sistema de transporte en buses para el personal representa una actividad importante dentro de la logística del proceso productivo de una faena minera. Decidir adecuadamente dónde se localizarán los diferentes paraderos y qué ruta seguirá cada bus contribuirá a mejorar las ventajas competitivas para la organización e incluso reducir externalidades como la congestión de rutas y la disconformidad de los mismos usuarios ante un mal servicio.

El sistema de transporte en estudio presentaba de hecho algunas dificultades que motivaron el presente trabajo, como ser: la no existencia de paraderos definidos en el recorrido de los buses (que genera muchas detenciones), una baja utilización de algunos buses contratados y la redundancia en la cobertura de algunos recorridos, todo lo cual implica una utilización ineficiente de los recursos que se esperaba explorar y mejorar con el empleo de alternativas metodológicas de la investigación de operaciones como las descritas en este trabajo. A manera de ejemplo, las Figuras 1, 2 y 3 muestran las rutas de los buses que trasladan el personal administrativo.

MODELO DE LOCALIZACIÓN Y RUTEO

A continuación se presenta un modelo de localización y ruteo vehicular que asume dada una determinada

red de transporte y la demanda por dicho servicio. El modelo permite seleccionar paraderos de detención, de entre un conjunto de potenciales paraderos, y definir la ruta respectiva de cada bus minimizando los costos totales de transporte, al tiempo que toma en cuenta las principales restricciones del problema, como son atender íntegramente los requerimientos de demanda por traslado y respetar la capacidad de los buses disponibles. La ruta que seguirá cada vehículo queda reflejada por medio de los arcos en la red que deberá recorrer dicho vehículo, apoyados en la formulación de Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) para el problema de ruteo subyacente y las correspondientes restricciones que permiten eliminar la presencia de rutas no válidas en la formulación básica del problema [15].

Más precisamente, se considera una red dada por el grafo $G=(V,A)$, donde $V=\{0,1,\dots,n\}$ es el conjunto de los nodos o vértices del grafo que representan el conjunto de todos los potenciales paraderos de detención y A el conjunto de todos los arcos o calles en la red que comunican de manera directa dos potenciales paraderos. Asumimos igualmente dado un conjunto M de los buses que es posible emplear en el transporte del personal. En primer lugar se detallan las variables de decisión del modelo que determinan la elección o no de cada potencial paradero, la elección del bus que atenderá un punto de detención, los arcos empleados por cada bus en su respectiva ruta y una variable auxiliar de la formulación MTZ para eliminar rutas no válidas (subtours), a saber:

y_k = variable entera binaria que toma el valor 1 si se utiliza el paradero k y un valor 0 si no, para todo $k \in V$.

$w_{k v}$ = variable entera binaria que toma el valor 1 si un paradero k se encuentra o no atendido por el vehículo v de la flota y un valor 0 si no, para todo $k \in V$ y $v \in M$.

x_{ijv} = variable entera binaria que toma el valor 1 si el vehículo v de la flota emplea el arco (i,j) de la red y un valor 0 si no, para todo $(i,j) \in A$ y $v \in M$.

u_{kv} = variable entera que registra el orden de visita de cada paradero k atendido por el vehículo v , para todo $k \in V$ y $v \in M$.

El modelo propuesto es un modelo lineal de programación entera y corresponde más precisamente

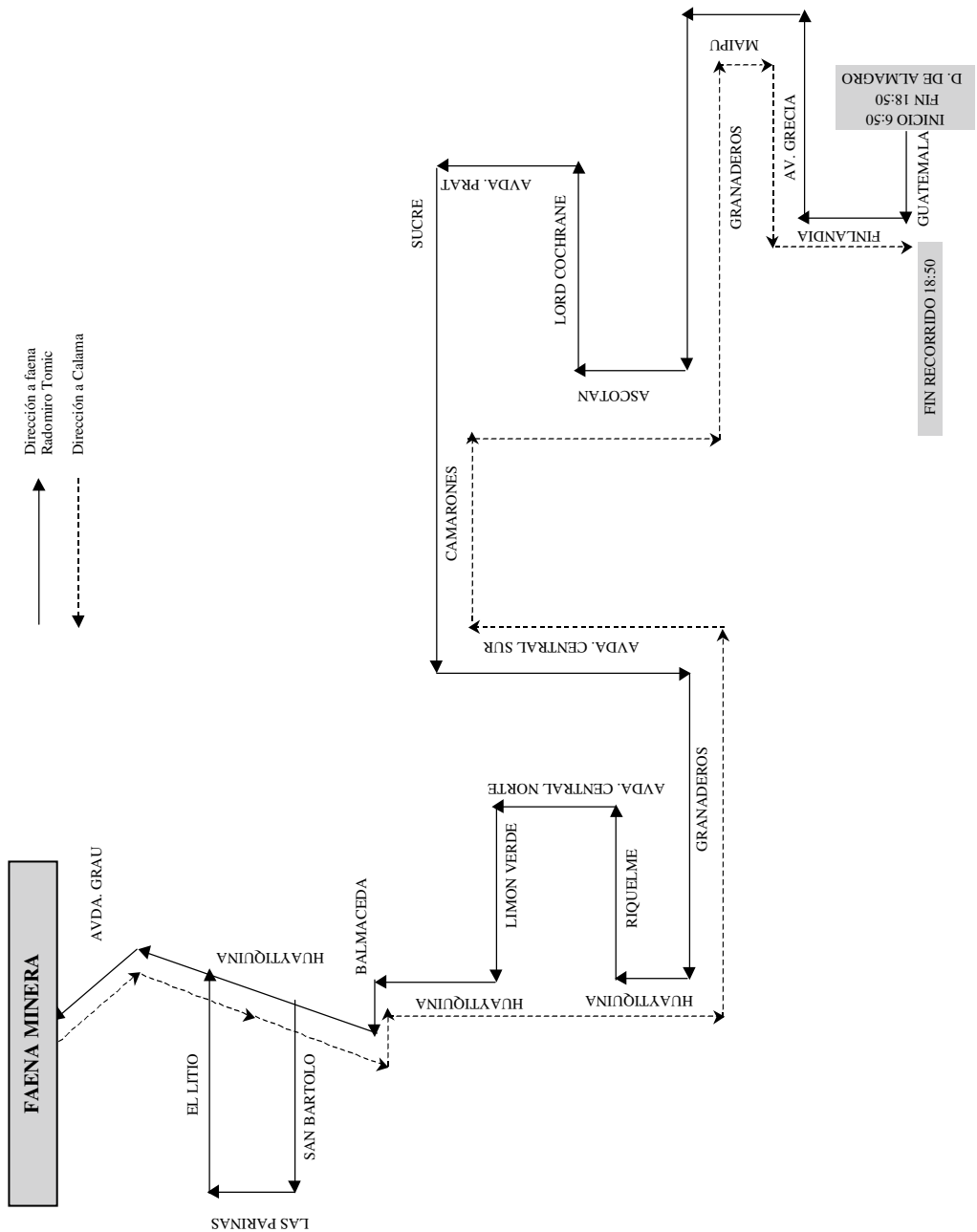


Figura 1. Recorrido Bus 944 de personal administrativo.

a la minimización de los costos totales de transporte seguido de las diferentes restricciones que permiten representar los antecedentes del problema según:

$$\text{Min} \quad \sum_{v \in M} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijv} \quad (1)$$

s.a.

$$w_{0v} = 1 \quad v \in M \quad (2)$$

$$\sum_{v \in M} w_{kv} = y_k \quad k \in V - \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{i:(i,k) \in A} x_{ikv} = w_{kv} \quad k \in V, v \in M \quad (4)$$

$$\sum_{j:(k,j) \in A} x_{kjv} = w_{kv} \quad k \in V, v \in M \quad (5)$$

$$\sum_{k \in V} a_{lk} y_k \geq 1 \quad l \in P \quad (6)$$

$$\sum_{k \in V} d_k w_{kv} \leq q_v \quad v \in M \quad (7)$$

$$u_{0v} = 1 \quad v \in M \quad (8)$$

$$2 \leq u_{kv} \leq \sum_{k' \in V} w_{k'v} \quad k \in V - \{0\} \quad (9)$$

$$u_{kv} - u_{k'v} + 1 \leq n(1 - x_{kk'v}) \quad k, k' \in A, k \neq 0, k' \neq 0, v \in M \quad (10)$$

$$y_k, w_{kv}, x_{ijv} \in \{0,1\}, u_{kv} \text{ entero } k \in V, v \in M, (i,j) \in A \quad (11)$$

Como se señaló, en (1) se minimizan los costos totales de transporte de acuerdo a la ruta seleccionada para cada vehículo a través de los distintos arcos que emplea de la red, donde c_{ij} representa el costo de transporte al usar el arco $(i,j) \in A$ de la red. La restricción (2) fija como punto de partida el nodo 0 para todos los buses (al cual también deberán retornar pues está en la entrada y salida de la ciudad hacia la faena minera). La restricción (3) establece que si un determinado paradero ha sido seleccionado de entre los potenciales puntos de detención considerados, entonces deberá haber exactamente un solo bus que se detenga en dicho paradero para su atención. Las restricciones (4) y (5) establecen una ecuación de balance en la red, que indican (por separado) que en cada potencial paradero o nodo k la cantidad de arcos empleados por alguna ruta de entre todos los arcos que inciden o salen del nodo es la misma. Más aún, las respectivas sumatorias tomarán un valor 0 si dicho potencial paradero no se emplea y un valor 1 en caso de emplearse pero asociado al respectivo bus que se detiene en dicho paradero. La restricción (6) permite garantizar la atención de cada pasajero $l \in P$ al obligar a que al menos un potencial paradero sea seleccionado de entre todos

aquellos que podrían servirle, asumiendo conocido el parámetro a_{lk} que vale 1 si el paradero k le sirve al pasajero l y 0 en caso contrario. La restricción (7) garantiza que la cantidad máxima de personas que puede llegar a ser atendida por el bus v no exceda la capacidad q_v del bus, donde d_k es un parámetro con la cantidad máxima de personas que podría esperar en el paradero k .

Las restricciones auxiliares (8)-(10) corresponden a las restricciones propias de la formulación MTZ, necesarias para evitar la aparición de subtours en la ruta de cada bus y que fuerza a numerar secuencialmente los respectivos paraderos que visitará cada uno. Más específicamente, en (8) se indica que cada bus tiene como punto de partida el nodo 0; en (9) se indica que los restantes paraderos a visitar por el bus v se ordenan entre 2 y el número total de paraderos a visitar y en (10) se tiene una restricción lógica que indica que si el arco $(k,k') \in A$ es parte de la ruta del bus v , obligadamente el paradero k' recibe un número de visita mayor al del paradero k pero como se emplea el número total de paraderos a visitar por el bus las variables $u_{k'v}$ toma exactamente el valor del entero que sigue a u_{kv} , con el orden de la visita en el recorrido. Por último, en (11) se establecen los respectivos valores enteros de las diferentes variables de decisión.

El modelo propuesto aborda de manera conjunta las decisiones de localización y ruteo presentes en el mismo, pero sin duda el modelo de programación entera resultante es complejo y de gran tamaño, de hecho resulta ser un problema *NP-hard* [16], con lo cual su resolución directa a través de un software de optimización queda restringida a ciertos tamaños de la red de transporte considerada. Dada esta dificultad, en la sección que sigue se propone una estrategia jerárquica de resolución.

DESCOMPOSICIÓN JERÁRQUICA DEL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN Y RUTEO

De manera alternativa a la resolución directa del modelo (1)-(11) mediante el uso de un software general de programación entera, a continuación se propone emplear una estrategia jerárquica que consiste simplemente en resolver por separado primero un problema de localización de paraderos por cobertura, seguido de un problema de ruteo

vehicular capacitado que toma como dada la solución de las detenciones arrojadas por el primero, que fuera adoptada inicialmente en [17] como parte de este mismo trabajo.

Más específicamente, empleando la misma notación introducida con anterioridad, la estrategia aborda primero un problema de programación entera cuya única decisión corresponde a las variables y_k que determinan la selección o no de cada potencial paradero $k \in V$, de acuerdo al siguiente modelo de localización por cobertura [1]:

$$\text{Min} \quad \sum_{k \in V} y_k \quad (12)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{k \in V} a_{lk} y_k \geq 1 \quad l \in P \quad (13)$$

$$y_k \in \{0,1\} \quad k \in V \quad (14)$$

El modelo (12)-(14) minimiza el número total de potenciales paraderos a instalar tomando en cuenta nada más que restricciones de cobertura. Estas últimas garantizan que cada persona $l \in P$ pueda ser recogida en alguno de los paraderos finalmente seleccionados, donde el parámetro a_{lk} es 1 si el paradero k le sirve al pasajero l y 0 en caso contrario, de acuerdo a algún criterio preestablecido por la cercanía (distancia) con su domicilio.

Una vez obtenida la solución óptima del modelo (12)-(14) con los paraderos seleccionados, estos definen los nodos que deben ser atendidos en el problema de diseño de rutas para la red de transporte resultante. Lo anterior da origen esencialmente a un modelo que resulta de cambiar a un valor 1 el lado derecho de la restricción (3) y eliminar la restricción (6) del modelo (1)-(11), donde la nueva red está definida sobre un conjunto de nodos V' , en lugar del conjunto V , donde sólo están los paraderos seleccionados por el modelo (12)-(14), todos los cuales deben ser visitados (sólo una vez) por alguno de los buses. El modelo de ruteo resultante podrá ser resuelto a optimalidad para determinadas instancias del mismo o bien abordado mediante el empleo de algún algoritmo o heurística *ad hoc* en el caso instancias de gran tamaño.

A este respecto cabe destacar que en la literatura existe una gran cantidad de trabajos relacionados con el problema de ruteo vehicular [18], que en el caso particular del problema que toman en cuenta

la capacidad de los vehículos esto comprende métodos exactos [19-22], heurísticas [23-25] y, más recientemente, metaheurísticas y métodos híbridos [26-33], por mencionar sólo algunas. En el caso de las heurísticas, estas realizan una búsqueda limitada del espacio de soluciones factibles pero usualmente dan como resultado buenas soluciones, las cuales se alcanzan también en tiempos muy razonables. Entre los diferentes tipos de heurísticas destacan las llamadas *constructivas*, las cuales construyen gradualmente una solución factible tomando en cuenta los costos y mezclando las rutas existentes hasta esa etapa del método, empleando para ello criterios de ahorro en la búsqueda de una nueva ruta. Entre las heurísticas existentes en esta categoría destaca la conocida heurística de Clarke y Wright [34], que comienza precisamente con una solución donde cada nodo es visitado por una ruta separada, las cuales son iterativamente combinadas considerando el ahorro que provoca en el costo atender dos nodos en una misma ruta en lugar de hacerlo por separado. La heurística se puede resumir como sigue:

Paso 1. Calcule los ahorros $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$ para $i, j = 1, \dots, n$ con $i \neq j$. Crear n rutas $(0, i, 0)$ para $i = 1, \dots, n$ y ordene los ahorros de manera decreciente.

Paso 2. Comenzando por el arco con el mayor ahorro, ejecute lo siguiente. Seleccionado el ahorro s_{ij} , determine si existen dos rutas que contengan los arcos $(i, 0)$ y $(j, 0)$, respectivamente y que sea factible combinarlas. Si esto es posible combine ambas rutas eliminando los arcos $(i, 0)$ y $(j, 0)$ e introduzca el arco (i, j) en su reemplazo. Actualice los ahorros eliminando el arco (i, j) de esta lista. Volver a seleccionar un nuevo arco hasta que no existan arcos que mejoren en la actual solución.

Los resultados obtenidos al emplear esta heurística a menudo tienden a producir rutas con buenos ahorros al comienzo de las iteraciones y rutas menos atractivas hacia el final, que se ven determinadas por las construcciones factibles que permiten aquellas rutas que le preceden en su construcción. Para corregir esta limitante existen a su vez diferentes heurísticas que le extienden y mejoran, ver por ejemplo [35-36]. En este trabajo se consideró entre estas últimas la utilización de la heurística de Holmes y Parker [37] para algunas instancias de mayor tamaño. Dicha heurística simplemente agrega una tercera etapa, haciendo uso del concepto de supresión de

pares en la ruta propuesta al término del *Paso 2*, que relaja el criterio de parada de la heurística de Clarke y Wright, adoptando un número de dado de posibles supresiones de arcos y que resumimos a continuación:

Paso 3. Suprimir de a uno a la vez, el primer, segundo, tercer y hasta un número dado de supresiones, el respectivo arco que no ha sido suprimido en la mejor solución actual y vuelva al *Paso 2* para determinar si la supresión mejora o no la actual solución propuesta.

La heurística adoptada permite obtener en general resultados muy aceptables y conserva en buena medida la simplicidad y calidad de la heurística que toma como base. Ahora bien, naturalmente al abordar la resolución del problema de localización y ruteo mediante la estrategia jerárquica de separación en dos subproblemas, esto conduce en general a una solución factible que no es óptima para el modelo original (1)-(11). Sin embargo, esta separación podría explotarse en un desarrollo futuro a través de técnicas algorítmicas de descomposición o relajación como las que provee la programación matemática y que son empleadas corrientemente en problemas complejos y de gran tamaño, ver por ejemplo [38-39].

RESULTADOS

Para la formulación del modelo propuesto (1)-(11), así como de aquellos modelos empleados de manera alternativa en la estrategia jerárquica de resolución, se utilizó el software de modelado algebraico AMPL [40] en combinación con diferentes solvers de programación entera como CPLEX 10.0 y FortMP versión 3.2e, este último a través del servidor NEOS [41].

Empleando un computador PC Pentium IV, en las tesis [17, 42-43], guiadas bajo la supervisión de los autores, se resolvieron diferentes instancias del problema variando su tamaño y naturaleza, esto es para una cantidad distinta de personas, con distintas cantidades de buses a programar y número de potenciales paraderos de detención que tienen las personas para la espera de un bus en su traslado a la faena minera. Cabe señalar igualmente que como costo de transporte fue empleada la distancia total recorrida por los buses en el problema de ruteo vehicular.

A continuación, la Tabla 1 resume los resultados de tres instancias con un solo bus, variando la cantidad inicial de paraderos potenciales. En ella se aprecia parte de los resultados a que da origen la solución óptima encontrada con el modelo propuesto (1)-(11) y la que arroja la estrategia alternativa. Esta última propone la detención en una menor cantidad de paraderos en cualquiera de las instancias resueltas, pues precisamente el propósito del primer subproblema (12)-(14) consiste en minimizar la cantidad de paraderos a seleccionar. Sin embargo, la cuarta columna de la tabla también muestra en términos porcentuales el error relativo en la calidad de la solución del subproblema de ruteo vehicular cuando se compara la distancia total recorrida por la misma respecto de la solución óptima del problema en (1)-(11). Ahora bien, a pesar de que la estrategia provee tan sólo una solución factible al problema, los tiempos de resolución confirman la simplicidad de la estrategia, pues mientras el modelo (1)-(11) tarda alrededor de seis horas en resolverse, la estrategia alternativa requiere poco más de 22 minutos, incluso considerando la búsqueda de la solución óptima del subproblema de ruteo para los paraderos seleccionados por (12)-(14), en lugar de abordarlo con la heurística de Holmes y Parker.

Tabla 1. Resultados instancias de tamaño pequeño.

Nº total de paraderos potenciales	Nº de paraderos seleccionados por modelo (1)-(11)	Nº de paraderos seleccionados estrategia jerárquica	Error relativo en el costo de transporte de estrategia jerárquica
40	16	12	33,3%
50	23	16	23,8%
60	28	19	31,9%

Por otra parte, la Tabla 2 resume algunos detalles de los resultados alcanzados en otras tres instancias con dos buses. Los resultados muestran igualmente la menor cantidad de paraderos seleccionados y la calidad de la solución factible arrojada por la estrategia alternativa frente al modelo (1)-(11) que provee la solución óptima del problema. Dado el carácter no óptimo de la estrategia persisten las diferencias con respecto al valor óptimo pero son algo menores que aquellas observadas en la Tabla 1. Del mismo modo, mientras la resolución del modelo (1)-(11) vuelve a tomar alrededor de

seis horas, la estrategia alternativa requiere tan sólo unos 100 minutos (resolviendo nuevamente la optimalidad el subproblema de ruteo para los paraderos seleccionados en el primer subproblema de localización).

Tabla 2. Resultados instancias de tamaño mediano.

N° total de paraderos potenciales	N° de paraderos seleccionados por modelo (1)-(11)	N° de paraderos seleccionados estrategia jerárquica	Error relativo en el costo de transporte de estrategia jerárquica
25	10	8	14,3%
30	12	11	8,0%
35	13	11	20,7%

El comportamiento observado de la estrategia alternativa frente al modelo propuesto (1)-(11) se repite de manera similar frente a otras instancias resueltas para este problema que admitían posibles comparaciones [42] y lo mismo ocurrió en una extensión del modelo (1)-(11) que explicita la asignación de cada trabajador a un paradero [43].

Por último, en este trabajo también se resolvieron determinadas instancias del problema que sólo pudieron ser abordadas por la estrategia jerárquica [17]. Así, por ejemplo, considerando un total de 245 paraderos potenciales, la siguiente tabla resume las características de una instancia de gran tamaño y la solución alcanzada por el subproblema de localización (12)-(14) y el correspondiente subproblema de ruteo, resuelto este último por la heurística de Holmes y Parker:

Tabla 3. Resultados instancia gran tamaño.

N° de personas	N° de buses empleados	N° total de paraderos estrategia jerárquica	Distancia total recorrida estrategia jerárquica	Distancia total recorridos existentes
62	3	29	21.219m	30.116m

La Tabla 3 muestra que para un nivel dado de cobertura las detenciones se reducen respecto de las paradas existentes, que corresponden esencialmente a tantas detenciones como personas transportadas. Más aún, las Figuras 1, 2 y 3 permiten apreciar

los recorridos inicialmente existentes para el transporte de estas 62 personas. En esta instancia, asociada a un turno de personal administrativo, los buses tienen una capacidad para 25 personas y la heurística de Holmes y Parker arroja rutas para cada uno de ellos con una distribución de 25, 22 y 15 pasajeros, respectivamente. La distancia recorrida se reduce en alrededor de un 30% con respecto a la solución existente que considera las 62 detenciones. A continuación, las Figuras 4, 5 y 6 permiten apreciar esquemáticamente las rutas propuestas por la estrategia jerárquica empleada, las cuales pueden ser contrastadas a su vez con las Figuras 1, 2 y 3, respectivamente, que muestran los recorridos originales.

Los resultados exhibidos en las diferentes instancias muestran las ventajas de la metodología adoptada, ya sea en la necesidad de contar con un modelo como el propuesto para la obtención de una solución óptima al problema conjunto y también la necesidad de explorar maneras alternativas de resolverle cuando este no permite abordar instancias de mayor tamaño.

Todo lo realizado permitirá entregar un mejor nivel de servicio a los usuarios, entregando una solución que define un número de detenciones durante el viaje que sean pocas, con paraderos a una distancia máxima dada desde su hogar, y que acorten la distancia recorrida, lo cual naturalmente tendrá un impacto en el tiempo de viaje y los costos de este transporte. De igual modo, los problemas abordados validan el empleo de la estrategia jerárquica adoptada pues representa una alternativa real para resolver problemas de naturaleza real cuando resulta imposible hallar una solución óptima empleando el modelo integrado (1)-(11).

Sin embargo, estos mismos resultados, en el caso de las primeras instancias, muestran que sería promisorio explorar un método de descomposición y/o relajación que coordine, en un esquema algorítmico exacto, la separabilidad adoptada en la estrategia jerárquica propuesta, empleando métodos como los descritos en [38], pero cuya utilización escapa del propósito inicial de este artículo.

CONCLUSIONES

El presente trabajo propone un modelo de programación entera que aborda de manera integral un

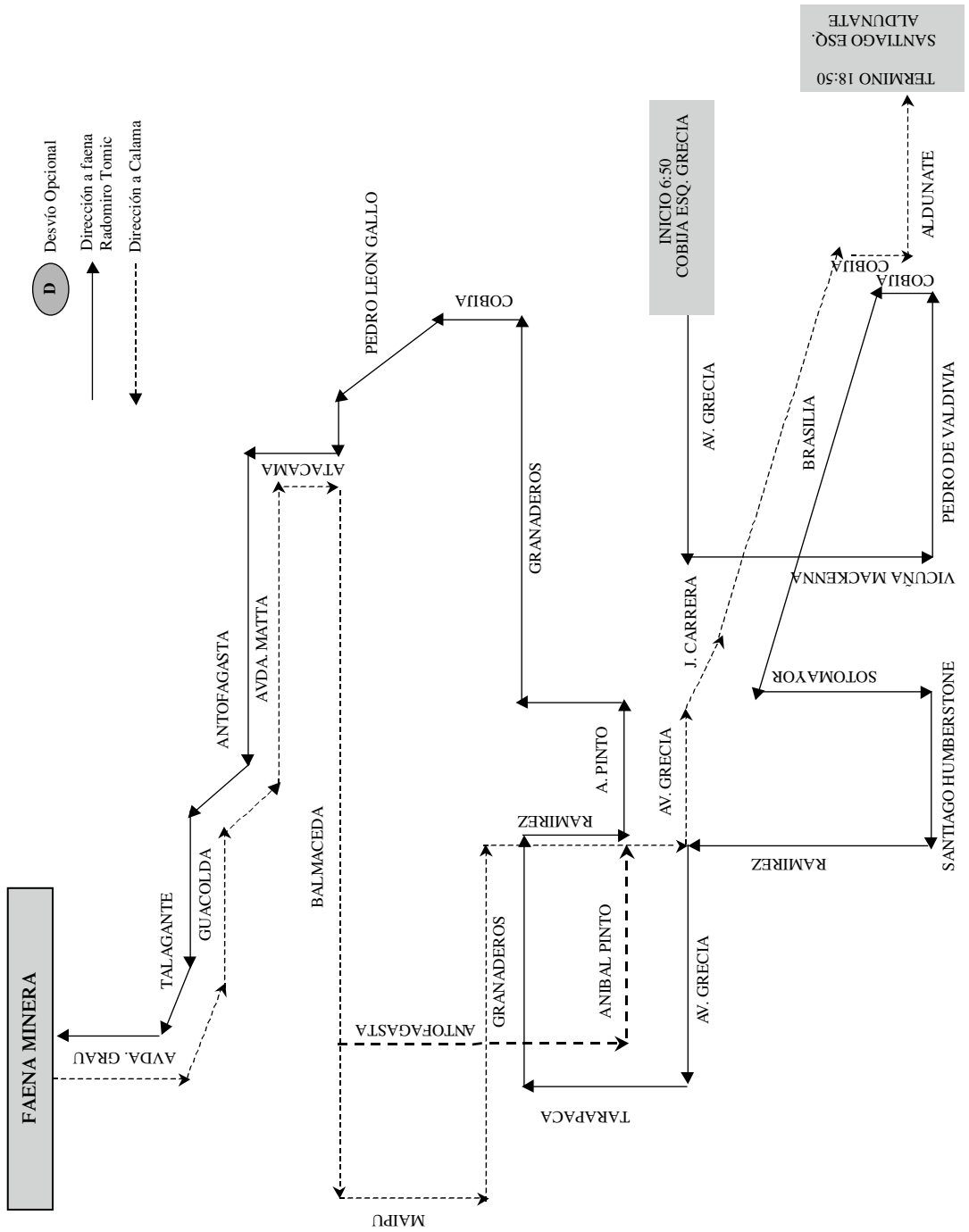


Figura 2. Recorrido Bus 914 de personal administrativo.

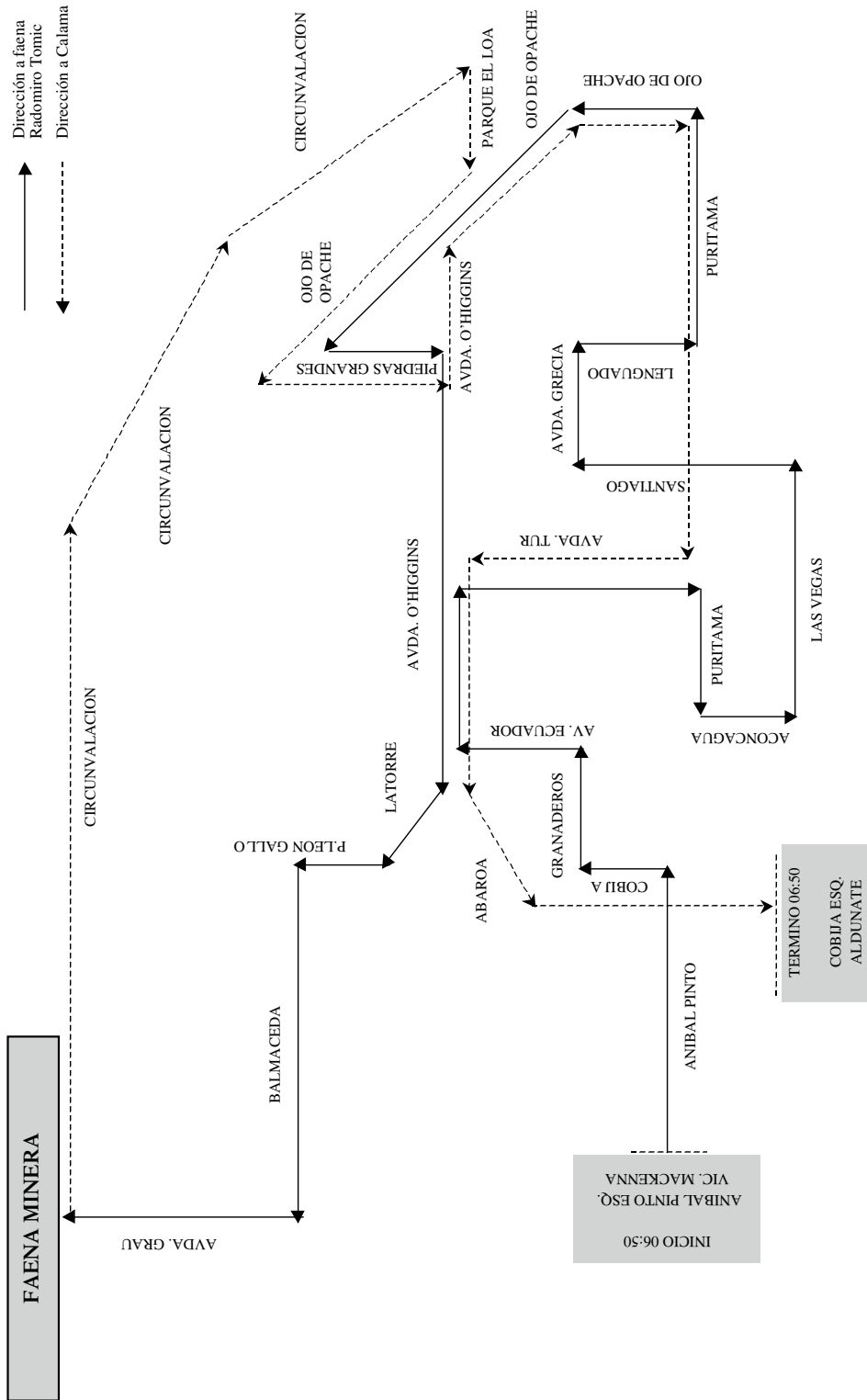


Figura 3. Recorrido Bus 930 de personal administrativo.

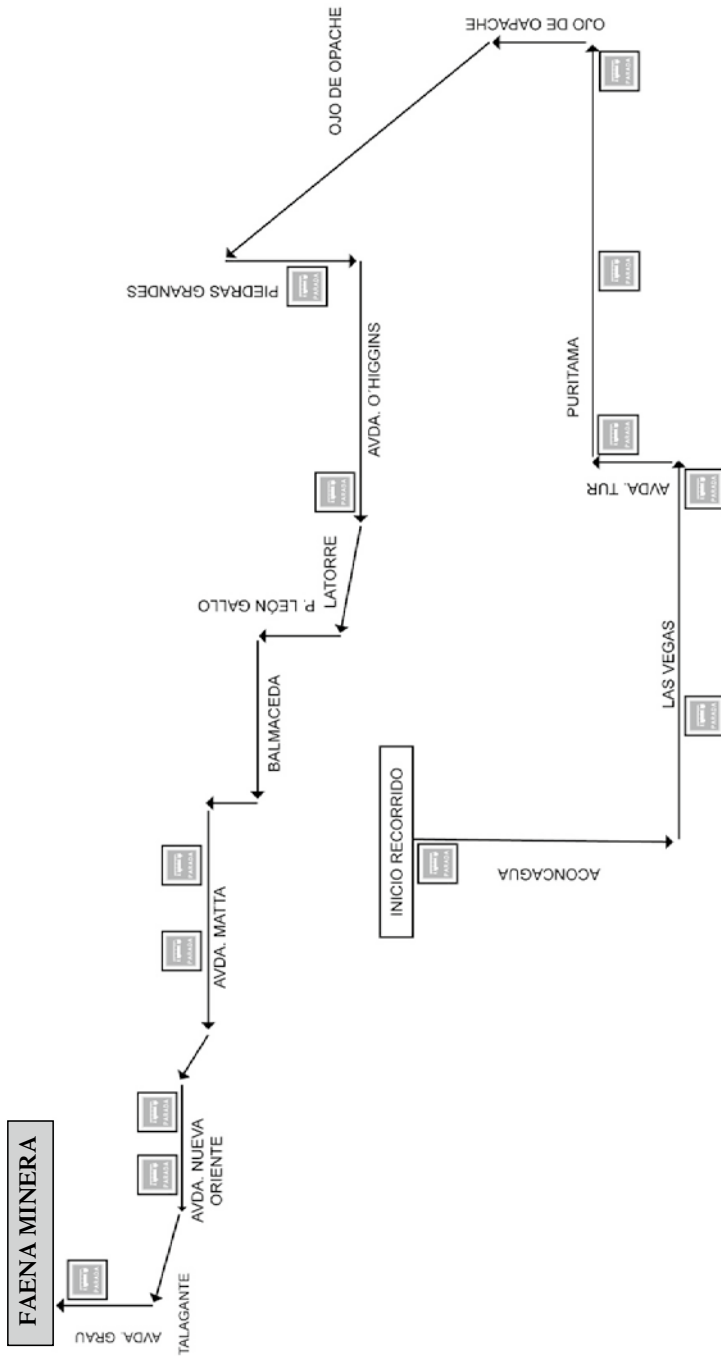


Figura 4. Nueva ruta propuesta Bus 944.

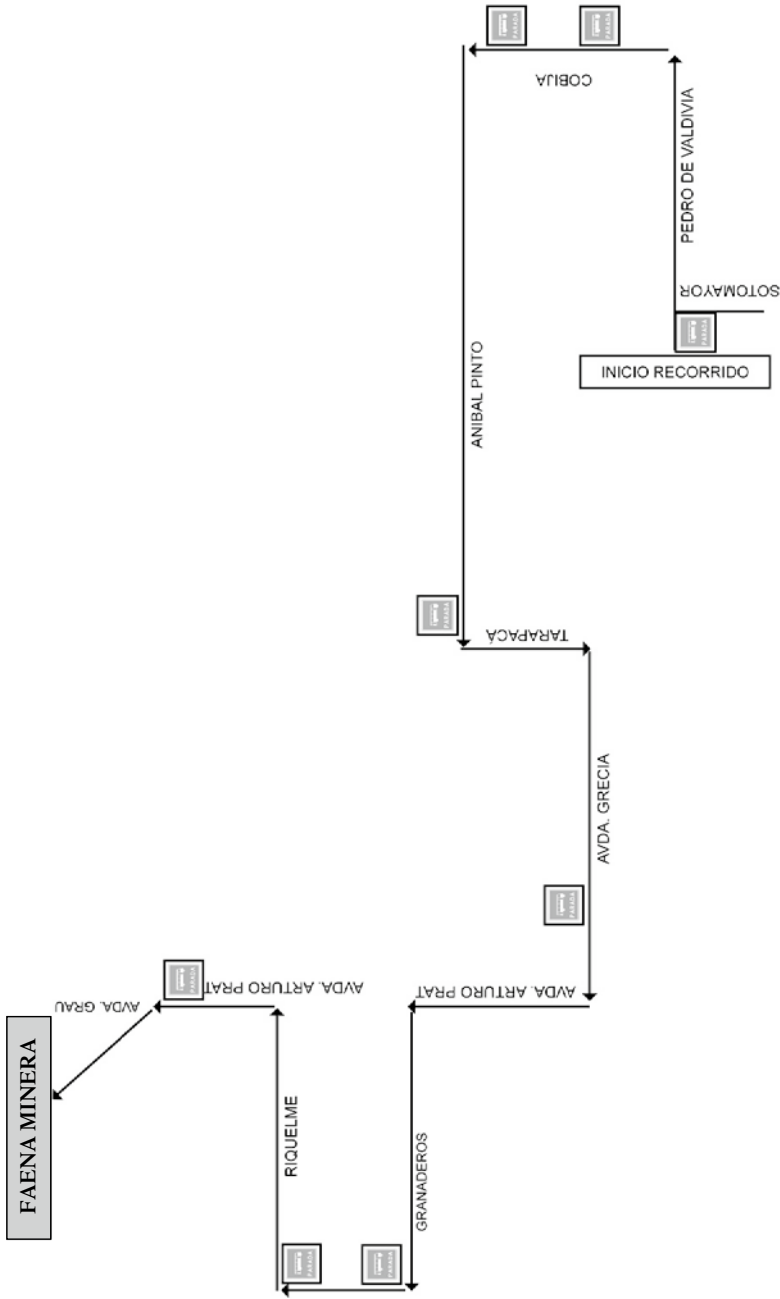


Figura 5. Nueva ruta propuesta para el Bus 914.

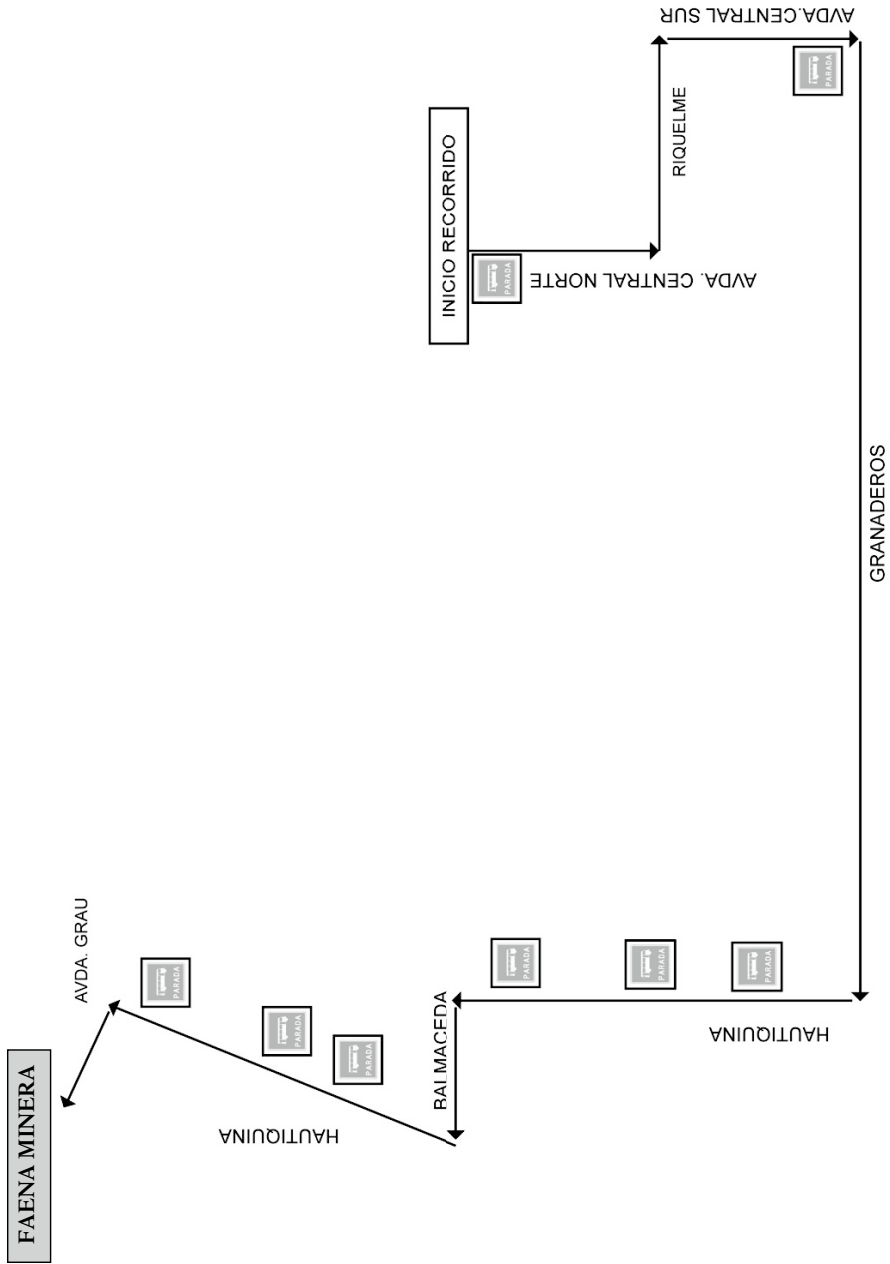


Figura 6. Nueva ruta propuesta tercer bus.

problema de selección de paraderos y del respectivo diseño de rutas de los buses dentro de la ciudad para el traslado de personal a una faena minera. El modelo fue resuelto de manera directa con un software de programación entera que resulta satisfactorio para abordar determinadas instancias del problema en estudio. Las soluciones que provee arrojan un buen equilibrio entre el nivel de servicio entregado por la empresa a su personal (distancia máxima a cada paradero y detenciones del recorrido) y el costo asociado al transporte que se busca minimizar. Estos mismos resultados validan igualmente el empleo de una estrategia jerárquica alternativa que permite resolver instancias de mayor tamaño y que a pesar de su no-optimalidad provee mejoras respecto de la situación original. Todo lo anterior establece una metodología basada en técnicas propias de la investigación de operaciones que permite llevar cabo posteriores actualizaciones requeridas por este tipo de problema de naturaleza real, constituyendo una herramienta importante para el apoyo a la toma de decisiones en esta problemática.

Una posible extensión del presente trabajo comprende la resolución algorítmica del modelo propuesto mediante métodos exactos más complejos, como aquellos basados en técnicas de descomposición en programación matemática, que permitan la separación del mismo en un subproblema de localización y otro de ruteo en un contexto algorítmico, pero cuyo diseño e implementación está fuera del propósito actual de la presente investigación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a los referees anónimos por sus comentarios y observaciones que contribuyeron a mejorar significativamente la versión preliminar de este artículo. También se agradece el apoyo de la Dirección General de Investigación y Postgrado de la Universidad Técnica Federico Santa María, a través del financiamiento otorgado a los Proyectos de Investigación 28.08.52, 28.09.23 y 28.10.37.

REFERENCIAS

[1] J. Current, M. Daskin and D. Schilling. "Discrete Network Location Models". En Facility Location: Application and Theory,

editado por Z. Drezner and H.W. Hamacher, Springer Verlag, Berlin, pp. 81-118. 2002.

[2] T.S. Hale and C.R. Moberg. "Location Science Research: A Review". Annals of Operations Research. Vol. 123, pp. 21-35. 2003.

[3] P.B. Mirchandani and R.L. Francis (editores). "Discrete location theory". Wiley, Chichester. 1990.

[4] D.R. Sule. "Logistic of facility location and allocation". Marcel Dekker. New York, USA. 2001.

[5] J.-F. Cordeau, G. Laporte, M.W.P. Savelsbergh and D. Vigo. "Vehicle Routing". En Transportation, editado por C. Barnhart, G. Laporte. Handbooks in Operations Research and Management Science. Vol. 14. North Holland, Amsterdam, pp. 367-428. 2007.

[6] M.L. Fisher. "Vehicle routing". En Network Routing, Editado por M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma and G.L. Nemhauser. Handbooks in Operations Research and Management Science. Vol. 8. North Holland. Amsterdam, pp. 1-33. 1995.

[7] G. Laporte. "The Vehicle Routing Problems: An overview of exact and approximate algorithms". European Journal of Operational Research. Vol. 59, pp. 345-358. 1992.

[8] G. Laporte and I.H. Osman. "Routing problems: a bibliography". Annals of Operations Research. Vol. 61, pp. 227-262. 1995.

[9] P. Toth and D. Vigo. "An overview of vehicle routing problem". En The Vehicle Routing Problem, editado por P. Toth and D. Vigo. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, pp. 1-26. 2002.

[10] M.S. Daskin. "Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications". Wiley. 1995.

[11] M. Labbé, D. Peeters and J.-F. Thisse. "Location on networks". En Network Routing, editado por M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma and G.L. Nemhauser. Handbooks in Operations Research and Management Science. Vol. 8. North Holland. Amsterdam, pp. 551-624. 1995.

[12] G. Laporte. "Location-routing problems". En Vehicle Routing: Methods and Studies, editado por B.L. Golden, A.A. Assad. Elsevier Science Publishers. North Holland. Amsterdam, pp. 163-197. 1988.

- [13] H. Min, V. Jayaraman and R. Srivastava. "Combined location-routing problems: a synthesis and future research directions". *European Journal of Operational Research*. Vol. 108, pp. 1-15. 1998.
- [14] G. Nagy and S. Salhi. "Location-routing: Issues, models and methods". *European Journal of Operational Research*. Vol. 177, pp. 649-672. 2007.
- [15] C.E. Miller, A.W. Tucker and R.A. Zemlin. "Integer programming formulations and traveling salesman problems". *J. ACM* 7, pp. 326-329. 1960.
- [16] L. Wolsey. "Integer Programming". Wiley. 1998.
- [17] B. Sánchez. "Estudio de optimización del sistema de transporte de personal de la división Codelco Norte Faena Radomiro Tomic". Tesis para optar al título de Ingeniero Civil Industrial. Universidad Técnica Federico Santa María. Valparaíso, Chile. 2004.
- [18] B. Eksioglu, A.V. Vural and A. Reisman. "The vehicle routing problem: A taxonomic review". *Computers & Industrial Engineering* 57, pp. 1472-1483. 2009.
- [19] P. Toth and D. Vigo. "Branch-and-bound algorithms for the capacitated VRP". En *The vehicle routing problem*, editado por P. Toth and D. Vigo, Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, pp. 29-52. 2002.
- [20] D. Naddef and G. Rinaldi. "Branch-and-cut algorithms for the capacitated VRP". En *The vehicle routing problem*, editado por P. Toth and D. Vigo, Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, pp. 53-84. 2002.
- [21] D. Feillet, P. Dejax, M. Gendreau and C. Gueguen. "An exact algorithm for the elementary shortest path problem with resource constraints: application to some vehicle routing problems". *Networks* 44, pp. 216-229. 2004.
- [22] R. Baldacci, N. Christofides and A. Mingozzi. "An exact algorithm for the vehicle routing problem based on the set partitioning formulation with additional cuts". *Mathematical Programming*. Vol. 115 N° 2, pp. 351-385. 2008.
- [23] G. Laporte and F. Semet. "Classical Heuristic for the Capacitated VRP". En *The Vehicle Routing Problem*, editado por P. Toth and D. Vigo. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, pp. 109-128. 2002.
- [24] J.-F. Cordeau, M. Gendreau, A. Hertz, G. Laporte, J.-S. Sormany, A. Langevin and D. Riopel. "New heuristics for the vehicle routing problem". *Logistics Systems and Optimization*, Springer, New York, pp. 279-297. 2005.
- [25] D. Pisinger and S. Røpke. "A general heuristic for vehicle routing problems". *Computers & Operations Research*. N° 34, pp. 2403-2435. 2007.
- [26] M. Gendreau, G. Laporte and J.-Y. Potvin. "Metaheuristics for the Capacitated VRP". En *The vehicle routing problem*, editado por P. Toth and D. Vigo. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, pp. 129-154. 2002.
- [27] G. Laporte. "Fifty Years of Vehicle Routing". *Transportation Science*. Vol. 43, Issue 4, pp. 408-416. 2009.
- [28] Y. Nagata and O. Bräysy. "Efficient Local Search Limitation Strategies for Vehicle Routing Problems". *LNCS 4972*, pp. 48-60. 2008.
- [29] S.-W. Lin, Z.-J. Lee, K.-C. Ying and C.-Y. Lee. "Applying hybrid meta-heuristics for capacitated vehicle routing problem". *Expert Systems with Applications*. Vol. 36, Issue 2, pp. 1505-1512. 2009.
- [30] C.-Ho Wang and J.-Z. Lu. "A hybrid genetic algorithm that optimizes capacitated vehicle routing problems". *Expert Systems with Applications*. Vol. 36, Issue 2, pp. 2921-2936. 2009.
- [31] C. Prins, F. B. Pereira and J. Tavares. "A GRASP X evolutionary local search hybrid for the vehicle routing problem". En *BIO-Inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*. Springer. Berlin-Heidelberg, pp. 35-53. 2009.
- [32] C.-Y. Lee, Z.-J. Lee, S.-W. Lin and K.-C. Ying. "An enhanced ant colony optimization (EACO) applied to capacitated vehicle routing problem". *Applied Intelligence*. Vol. 32, Issue 1, pp. 88-95. 2010.
- [33] L. Bouhafs, A. Hajjam and A. Koukam. "A Hybrid Heuristic Approach to Solve the

- Capacitated Vehicle Routing Problem”. *Journal of Artificial Intelligence: Theory and Application*. Vol. 1, Issue 1, pp. 31-34. 2010.
- [34] G. Clarke and J. Wright. “Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points”. *Operations Research*. Vol. 12, pp. 568-581. 1964.
- [35] J. Faulin and A.A. Juan. “The ALGACEA-1 method for the capacitated vehicle routing problem”. *International transactions in Operational Research*. Vol. 15, Issue 5, pp. 599-621. 2008.
- [36] A. van Breedam. “A parametric analysis of heuristics for the vehicle routing problem with side-constraints”. *European Journal of Operational Research*. Vol. 137, Issue 2, pp. 348-370. 2002.
- [37] R.A. Holmes and R.G. Parker. “A vehicle scheduling procedure based upon savings and a solution perturbation scheme”. *Operational Research Quarterly*. Vol. 27, Issue 1. Part 1, pp. 83-92. 1976.
- [38] G. Desaulniers, J. Desrosiers and M.M. Solomon (Eds). “Column Generation”. Springer. 2005.
- [39] L. Lasdon. “Optimization Theory for Large System”. MacMillan. New York, USA. 1970.
- [40] R. Fourer, D.M. Gay and B.W. Kernighan, AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming. 2nd Edition. Duxbury Press. 2002.
- [41] E.D. Dolan, R. Fourer, J.J. Moré, and T.S. Munson. “Optimization on the NEOS Server”. *SIAM NEWS*. Vol. 35, Issue 6. 2002.
- [42] F. Oneto. “Modelo integrado de distribución de paraderos y diseño de rutas”. Tesis para optar al título de Ingeniero Civil Industrial. Universidad Técnica Federico Santa María. Santiago, Chile. 2006.
- [43] F. Huidobro. “Modelo integrado de asignación, localización de paraderos y ruteo vehicular para un problema de transporte de pasajeros”. Tesis para optar al título de Ingeniero Civil Industrial. Universidad Técnica Federico Santa María. Santiago, Chile. 2008.