Estudio del desempeño de las constelaciones bidimensionales con rotaciones óptimas concatenadas con entrelazador dorado para canal con ruido clase A

Study of the performance of the two-dimensions constellations with optimum rotations concatenated with interleavers golden for channel with class A noise

Washington Fernández Ravanales¹

Recibido 15 de marzo de 2013, aceptado 22 de julio de 2015

Received: March 15, 2013 Accepted: July 22, 2015

RESUMEN

En este artículo se estudia el desempeño de las constelaciones bidimensionales rectangular, hexagonal, circular de cuatro y dieciséis símbolos con rotaciones óptimas, concatenadas con entrelazador de símbolo dorado para canal con ruido clase A. Este canal presenta un ruido blanco de fondo más un ruido impulsivo. El sistema propuesto logra una gran mejora en la razón de símbolos erróneos. Se disminuye la probabilidad de error de símbolos de por lo menos en un orden de magnitud de 1×10^{-2} y la probabilidad de error de bits se disminuye en un orden de magnitud de 1×10^{-3} en comparación a cuando no se utiliza esta concatenación.

Palabras clave: Constelaciones rotadas, entrelazador dorado, ruido clase A.

ABSTRACT

In this paper the performance of the hexagonal, rectangular, circular two-dimension constellations of four and sixteen symbols with optimum rotations, concatenated with a golden symbol interleaver for a channel with class A noise is studied. This channel presents a white noise in the background plus impulsive noise. The system proposed achieves a great improvement in the symbol error rate. The symbols error probability is reduced for at least in one order of magnitude of 1×10^{-2} and the bit error rate is diminished in an order of magnitude of 1×10^{-3} in comparison to when no concatenation is utilized.

Keywords: Rotated constellations, golden interleavers, class A noise.

INTRODUCCIÓN

Para mejorar el desempeño del sistema de transmisión/recepción se debe tener una muy baja probabilidad de error de palabra o razón de error de bits. Se tiene el trabajo de [1] que estudia las constelaciones que minimiza la probabilidad de error en un canal con ruido clase A.

En [2] se investiga el problema de combinar señal espacio-diversidad con sistema código modulación y se propone un nuevo criterio para la rotación

óptima de ángulo vía maximizar la información mutua promedio.

En [3] se presenta un algoritmo numérico para rotar constelaciones, este se basa en un algoritmo de flujo geodésico para la rotación de todas las matrices de orden n .

En [4] se determina el ángulo óptimo de rotación en señal espacio-diversidad, vía maximizar el código de modulación y la información mutua promedio.

¹ Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica. Universidad del Bío Bío. Avenida Collao 1202. Concepción, Chile.
E-mail: wfernand@ubiobio.cl

En [5] se construye una familia de matrices de rotación con el objetivo de maximizar la modulación de código, no se asume ninguna estructura de la constelación, con lo que es aplicable tanto a constelaciones uniformes como no uniformes.

En [6] se usa una nueva rotación de ángulo, se basa en maximizar tanto el rango de la matriz como la ganancia de código.

El entrelazador de bit toma la secuencia de símbolos de un alfabeto fijo y produce una secuencia de salida del mismo alfabeto que es idéntico a la sucesión de entrada salvo en el orden de la secuencia. Cada entrelazador de bit tiene su correspondiente desentrelazador de bit, el que vuelve la secuencia de símbolos a su orden original, el primero se ubica en el transmisor y el segundo en el receptor. Existe una gran variedad de tipos de entrelazadores de bits [7].

En [8] se da un nuevo diseño de entrelazador dorado, combina la secuencia aleatoria que se obtiene de la secuencia caótica y esta secuencia se combina con el vector del entrelazador dorado.

El entrelazador de bit dorado [9], entrega una muy buena solución al problema de los errores de ráfaga, esta es una característica que posee el canal con ruido clase A.

En [10] se da una variación del entrelazador dorado y se denomina entrelazador dorado aleatorio, que se obtiene de sumar una secuencia aleatoria que se obtiene a partir de una secuencia caótica.

En [11] se diseña un entrelazador dorado aleatorio, en este caso para la secuencia aleatoria utiliza la función de distribución uniforme.

Las interferencias que se refieren como el ruido hecho por el hombre tienen unas características muy diferentes desde la clásica interferencia gaussiana, este ruido tiene una característica altamente impulsiva [12]. Un modelo relativamente simple que incorpora el ruido de fondo y el ruido impulsivo se sugiere en [13] y se conoce como ruido Middleton clase A. Este modelo de ruido corresponde a un proceso aleatorio discreto independiente y distribuido idénticamente (iid) cuya función de densidad de probabilidad es una infinita suma de densidades gaussianas [14].

En este trabajo se estudia el desempeño de un sistema de transmisión/recepción que se compone de las rotaciones óptimas de ángulos de las constelaciones rectangular, circular y hexagonal de cuatro y dieciséis símbolos concatenados con entrelazador de símbolo dorado para un canal con ruido clase A. Los parámetros de confiabilidad son la razón de error de bits (BER) *versus* la razón de señal a ruido (SNR) y la razón de símbolo error (RSE) *versus* la razón de señal a ruido.

La organización de este artículo es la siguiente: en la sección siguiente se describe el sistema de transmisión/recepción propuesto. En la sección resultados y su discusión se muestran los resultados que se obtienen en formas de gráficos y se analizan estos. En la última sección se dan las conclusiones del trabajo que se realiza.

ANÁLISIS DEL SISTEMA PROPUESTO

Un arreglo de puntos de un espacio bidimensional, la distancia de separación mínima entre dos puntos de las señales es la que domina en la determinación de la probabilidad de error de símbolo, mientras que la distancia de la raíz cuadrática media desde el origen determina los requerimientos de la razón de señal a ruido.

Una constelación con dimensión N es un conjunto finito de N -uplas o puntos en el espacio dimensional N . El tamaño de la constelación $|C|$ es el número de puntos. En una constelación bidimensional se tiene $|C| = 2^b$ puntos, con b número entero.

Sea una constelación en el plano complejo, es decir, de la forma: $q_i = \pm x_i \pm iy_i$, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Puntos en el plano complejo.

De acuerdo con la Figura 1, los puntos P y P_q^R se relacionan con la siguiente transformación:

$$\begin{bmatrix} P_q^{\text{Re}} & P_q^{\text{Im}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{\text{Re}} & P_{\text{Im}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta - \text{sen} \theta \\ \text{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

Si el ángulo se mide en el sentido horario los puntos se escriben como:

$$x_i = a_i \cos \theta - b_i \text{sen} \theta \quad (2)$$

$$y_i = a_i \text{sen} \theta + b_i \cos \theta \quad (3)$$

Donde:

a_i : Punto de la constelación sin rotar, eje real.

b_i : Punto de la constelación sin rotar, eje imaginario.

Para determinar el símbolo que se transmite, el receptor utiliza la métrica:

$$d_i = |r_i - x_i|^2 + |r_2 - y_i|^2 \quad (4)$$

Donde:

r_1 : Parte real de símbolo que se recibe en el receptor.

r_2 : Parte imaginaria del símbolo que se recibe en el receptor.

x_i : Símbolo de la constelación parte real.

y_i : Símbolo de la constelación parte imaginaria.

El detector escoge a favor del símbolo $s_i = (x_i, y_i)$ que minimiza a (4). De [1], se tiene la métrica:

$$P_e(s_i \rightarrow \hat{s}_i) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + |x_i - \hat{x}_i|^2} \right) \left(\frac{1}{1 + |y_i - \hat{y}_i|^2} \right) \quad (5)$$

Donde:

P_e : Probabilidad de error de símbolo.

s_i : Símbolo de la constelación sin rotación de ángulo.

$\hat{s}_i$: Símbolo de la constelación con rotación de ángulo.

x_i, y_i : Coordenadas del símbolo sin rotación de ángulo.

$\hat{x}_i, \hat{y}_i$: Coordenadas del símbolo con rotación de ángulos.

Si se utiliza (2), (3) y se reemplaza en (5):

$$P_e(s_i \rightarrow \hat{s}_i) \geq G_1 G_2 \quad (6)$$

Donde:

$$G_1 = \frac{1}{1 + |(a_i - \hat{a}_i) \cos \theta + (b_i - \hat{b}_i) \text{sen} \theta|^2} \quad (7)$$

$$G_2 = \frac{1}{1 + |(a_i - \hat{a}_i) \text{sen} \theta + (b_i - \hat{b}_i) \cos \theta|^2} \quad (8)$$

Cuando no hay rotación:

$$\theta = 0 \quad (9)$$

$$x_i = a_i \quad (10)$$

$$y_i = b_i \quad (11)$$

En este caso G_1 y G_2 son:

$$G_1 = \frac{1}{1 + |(a_i - \hat{a}_i)|^2} \quad (12)$$

$$G_2 = \frac{1}{1 + |(b_i - \hat{b}_i)|^2} \quad (13)$$

Si se compara (7) con (12) y (8) con (13), se observa que la probabilidad de error depende del ángulo de rotación θ , se debe encontrar el valor de θ que minimice la probabilidad de error.

Para minimizar la probabilidad de error es equivalente a minimizar la función de costo [1]:

$$J = \sum_{\hat{s}_i \neq s_i} P_e(s_i \rightarrow \hat{s}_i) \quad (14)$$

La minimización de la función de costo J se realiza numéricamente usando el algoritmo de gradiente dado en [1]:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + u \frac{dJ}{d\theta} \quad (15)$$

Donde:

u : Constante de valor pequeño.

θ : Valor inicial.

Evaluando (14) y (15) en forma exhaustiva se obtienen los ángulos de rotaciones óptimos para cada una de las constelaciones rectangular, hexagonal y circular para cuatro y dieciséis símbolos, los que se indican en la Tabla 1 [1].

En las Tablas 2, 3, 4, 5, 6 y 7 se dan las nuevas magnitudes de las constelaciones rectangular, circular y hexagonal de cuatro y dieciséis símbolos.

Tabla 1. Ángulos de rotaciones óptimos para las constelaciones rectangular, circular y hexagonal.

N	Rectangular	Circular	Hexagonal
4	10°	38°	25°
16	8°	20°	18°

Tabla 2. Magnitudes de la constelación rotada rectangular de cuatro símbolos.

N = 4	X	Y
	1.1437	1.6334
	1.6334	-1.1437
	-1.6334	1.1437
	-1.1437	-1.6334

Tabla 3. Magnitudes de la constelación rotada rectangular de dieciséis símbolos.

N = 16	X	Y
	0.5387	0.7149
	0.7149	-0.5387
	-0.7149	0.5387
	-0.5387	-0.7149
	1.7904	0.8909
	1.9666	-0.3628
	-1.9666	0.3620
	-1.7904	-0.8909
	0.3628	1.9666
	0.8909	-1.7904
	-0.8909	1.7904
	-0.3628	-1.9666
	1.6145	2.1425
	2.1425	-1.6145
	-2.1425	1.6145
	-1.6145	-2.1425

Tabla 4. Magnitudes de la constelación rotada circular de cuatro símbolos.

N = 4	X	Y
	1.1111	0.8681
	0.8681	-1.1111
	-1.1111	-0.8681
	-0.8681	1.1111

Tabla 5. Magnitudes de la constelación rotada circular de dieciséis símbolos.

N = 16	X	Y
	0.5482	0.3165
	-0.1369	0.6219
	-0.6295	0.0661
	-0.2575	-0.5782

N = 16	X	Y
	0.4704	0.4235
	1.1488	1.5095
	0.1503	1.8910
	-0.5922	0.8378
	-1.6576	0.9223
	-1.8931	-0.1203
	-1.5276	-1.1247
	-1.7826	0.6488
	-0.6770	-1.7720
	0.0849	-1.0224
	1.3306	-1.3519
	1.8503	-0.4179

Tabla 6. Magnitudes de la constelación rotada hexagonal de cuatro símbolos.

N = 4	X	Y
	-0.5959	1.2779
	0.5737	0.2675
	-1.2779	-0.5959
	0.5737	-0.2675

Tabla 7. Magnitudes de la constelación rotada hexagonal de dieciséis símbolos.

N = 16	X	Y
	-0.5862	1.8042
	-1.1873	1.6089
	-1.2925	0.9101
	-0.06904	1.1054
	-0.0904	1.3607
	0.5107	1.4960
	-0.7967	0.4067
	-0.1956	0.6020
	0.4055	0.7973
	1.0065	0.9926
	-0.7060	-0.8950
	-0.1049	-0.6997
	0.4961	-0.5044
	1.0972	-0.3091
	-0.2102	-1.3984
	0.3909	-1.2031

La sección dorada es un problema matemático muy interesante. La Figura 2 ilustra el principio de la sección dorada en relación con el problema del entrelazador de bit. Dado un segmento de línea de largo l , el problema es dividirlo en un segmento de largo g y un segmento más corto de largo $l-g$, tal que la razón entre el segmento más largo es al segmento completo es la misma como la proporción entre el segmento más corto es al segmento más largo.

Figura 2. Ilustración del principio sección dorada, para aplicarlo al entrelazador de bit dorado.

De acuerdo con la Figura 2, la ecuación es:

$$\frac{g}{l} = \frac{l-g}{g} \quad (16)$$

$$g^2 - l^2 + lg \quad (17)$$

Resolviendo esta ecuación de segundo orden se tiene:

$$g = -\frac{l}{2} \pm \frac{\sqrt{(l)^2 + 4l}}{2} \quad (18)$$

Para el caso particular de $l = 1$, se tiene:

$$g = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618 \quad (19)$$

Para el entrelazador de bit dorado relativo como para el entrelazador de bit dorado, el primer paso es determinar el valor de g , posteriormente se calcula el incremento real relativo, el que se denomina c y se define como [12]:

$$c = \frac{N(g^m + j)}{r} \quad (20)$$

Donde g es el valor dorado y m es cualquier número entero positivo mayor que cero, los valores adecuados para m son típicamente 1 o 2, r es el esparcimiento de la tabla (la distancia que deja el entrelazador de bit a los bits consecutivos) y j es cualquier módulo entero de r . Después se obtiene el incremento primo relativo p , tomando el valor entero más cercano a c . Posteriormente se calculan los índices del entrelazador de bit como sigue [12]:

$$i(n) = s + np \text{ módulo } N, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (21)$$

Se define la operación módulo como: es el resto en $\{0, \dots, N-1\}$, de la división de a por n . Por ejemplo: $23 \text{ módulo } 12 = 11$.

Donde s es un índice de comienzo, p es el incremento del índice y N es el largo del entrelazador de bit. Los N y p deben ser primos relativos para asegurar que cada elemento se muestre en la salida una y solo una vez. El índice s es el de comienzo, se le asigna generalmente el valor 0, pero se puede asignar cualquier valor entero. Para el entrelazador de bit dorado el primer paso es calcular el valor dorado g . El segundo paso es determinar el valor real de incremento c , que es igual al entrelazador de bit dorado relativo. El tercer paso es generar el vector dorado de valor real v . Los elementos de v se determinan como sigue [12]:

$$v(n) = s + nc \text{ módulo } N, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (22)$$

Donde s es cualquier valor inicial real. El siguiente paso es ordenar el vector dorado v y encontrar el vector z de los índices. Se debe encontrar y ordenar z vectorial, tal que [12]:

$$a(n) = v[z(n)] \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (23)$$

$$a = \text{sort}(v) \quad (24)$$

Donde sort es una función que ordena una matriz de menor a mayor. Los índices del entrelazador de bit dorado son dados por [12]:

$$i[z(n)] = n \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (25)$$

El valor inicial de s es 0, pero cualquier valor real se puede seleccionar. Los valores adecuados para m son típicamente 1 o 2. Para la dispersión máxima de elementos adyacentes j toma el valor 0 y r asume valor 1.

El ruido clase A se modela como [1]:

$$p_z(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-A} A^m}{m!} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_m^2}} e^{\frac{|z|^2}{2\sigma_m^2}} \quad (26)$$

Donde:

z : Envoltente compleja de ruido.

σ_m^2 : Varianza de Middleton.

m : Número de subcanales de Middleton.

A : Índice impulsivo.

El parámetro A se define por el producto entre la duración promedio de los impulsos y la razón de generación media del ruido impulsivo (cantidad de eventos impulsivos por unidad de tiempo).

La varianza de Middleton se obtiene a partir de [1]:

$$\sigma_m^2 = \sigma^2 \frac{\frac{m}{A} + \Gamma}{1 + \Gamma} \quad (27)$$

Donde:

Γ : Relación entre las potencias gaussiana e impulsiva, está dada por [1]:

$$\Gamma = \frac{\sigma_G^2}{\sigma_i^2} \quad (28)$$

Esto significa que el modelo de Middleton se representa por el producto de una distribución Poisson, $P(m; A)$ y una distribución de Gauss, $G(z; \sigma_m^2)$. Esto es:

$$p_z(z) = \sum_{m=0}^{\infty} P(m; A) G(z; \sigma_m^2) \quad (29)$$

Donde:

$$P(m; A) = \frac{e^{-A} A^m}{m!} \quad (30)$$

Y

$$G(z; \sigma_m^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_m^2}} e^{-\frac{|z|^2}{2\sigma_m^2}} \quad (31)$$

El modelo de ruido para canales de líneas eléctricas de bajo voltaje consiste de la sumatoria de infinitos ruidos gaussianos cada uno con distinta potencia de ruido. Aquellos que presentan mayor potencia son denominados impulsivos y los que tienen una

potencia de ruido mucho menor se definen como gaussianos.

Los parámetros del ruido para el canal con ruido clase A se consideran: $A=0.01$ y $\Gamma=0.001$ y $m=3$, con estos valores el ruido es altamente impulsivo.

El esquema que se propone para mejorar la confiabilidad del sistema de transmisión/recepción para canales con ruido clase A se muestra en la Figura 3.

De acuerdo con la Figura 3, se tiene el mapeador de constelaciones rotadas $m_{Re}(t)$, $m_{Im}(t)$, que toma dos bits y la convierte en un símbolo de la constelación de cuatro símbolos con rotación de ángulos (circular, rectangular y hexagonal) o toma cuatro bits y la convierte en un símbolo de la constelación de dieciséis símbolos con rotación de ángulos (circular, rectangular y hexagonal).

Los entrelazadores de símbolos dorados $e_{Re}(t)$, $e_{Im}(t)$, tienen un largo de 100, por tanto cada bloque que se transmite tiene un largo de 100 símbolos. La función de los entrelazadores es de dispersar a cada símbolo su parte real e imaginaria para que de esta forma los símbolos consecutivos no sean afectados por el ruido de ráfaga que es una característica del ruido clase A. A la señal transmitida se le suma el ruido clase A, efecto que provoca el canal de transmisión $y(t)$.

En el receptor se tienen los desentrelazadores de símbolo dorado, estos retornan a las posiciones originales a la parte real e imaginaria del símbolo $\hat{e}_{Re}(t)$, $\hat{e}_{Im}(t)$, el desmapeador de constelaciones $\hat{d}(t)$ tiene dos sub bloques uno es el estimador de símbolos de máxima probabilidad y el otro realiza la función inversa del mapeador, es decir, convierte los símbolos a bits.

Figura 3. Esquema para mejorar la confiabilidad en un sistema de transmisión/recepción para canales con ruido clase A.

RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN

Resultados

La Figura 4 muestra las características del ruido clase A donde se observa que el ruido es altamente impulsivo.

La Figura 5 muestra el desempeño de RSE *versus* SNR para las constelaciones rotadas de cuatro símbolos concatenados con entrelazador de símbolos dorado en comparación a sin entrelazador.

La Figura 6 muestra el desempeño de RSE *versus* SNR para las constelaciones rotadas de dieciséis símbolos concatenados con entrelazador de símbolos dorado en comparación a sin entrelazador.

La Figura 7 muestra el desempeño de BER *versus* SNR para las constelaciones rotadas de cuatro símbolos concatenados con entrelazador de símbolos dorado en comparación a sin entrelazador.

La Figura 8 muestra el desempeño de BER *versus* SNR para las constelaciones rotadas de dieciséis símbolos concatenados con entrelazador de símbolos dorado en comparación a sin entrelazador.

Discusión de los resultados

De la Figura 4 se infiere que el ruido que se simula es altamente impulsivo.

De la Figura 5 se observa que la concatenación de las constelaciones de cuatro símbolos y entrelazador

Figura 4. Característica del ruido clase A.

Figura 5. Desempeño de RSE *versus* SNR para las constelaciones de cuatro símbolos rotadas concatenadas con entrelazador de símbolo dorado en comparación a sin entrelazador.

Figura 6. Desempeño de RSE *versus* SNR para las constelaciones de dieciséis símbolos rotadas concatenadas con entrelazador de símbolo dorado en comparación a sin entrelazador.

Figura 7. Desempeño de BER *versus* SNR para las constelaciones rotadas de cuatro símbolos concatenadas con entrelazador de símbolos dorado en comparación a sin entrelazador.

Figura 8. Desempeño de BER *versus* SNR para las constelaciones rotadas de dieciséis símbolos concatenadas con entrelazador de símbolos dorado en comparación a sin entrelazador.

de símbolo dorado logra una gran mejora respecto de su contraparte sin entrelazador, mejorando la disminución del RSE en un orden de magnitud de por lo menos 1×10^{-2} .

La razón de esta disminución de la probabilidad de error se debe a que los entrelazadores de símbolos evitan que la parte real y la parte imaginaria de los símbolos queden en forma consecutiva y de esta forma disminuyen el error de símbolo que provoca el ruido impulsivo.

De la Figura 6 se infiere que la concatenación de las constelaciones de dieciséis símbolos con entrelazador de símbolo dorado también logra una gran mejora de la RSE por un orden de magnitud de por lo menos de 1×10^{-2} respecto de su contraparte sin entrelazador. Esta disminución en la probabilidad de error es consecuencia de que los entrelazadores de símbolos dispersan la parte real y la parte imaginaria del símbolo en forma distinta, evitando de esta forma el efecto nocivo del ruido impulsivo.

De las Figuras 7 y 8 se observa, respecto del BER, las mejoras en las constelaciones de cuatro y dieciséis símbolos concatenados con entrelazador de símbolo dorado; se ve que existe una disminución del BER en un orden de magnitud de por lo menos de 1×10^{-3} respecto de su contraparte sin entrelazador. Esta disminución de la probabilidad de error de bits viene a corroborar lo explicado para las Figuras 5 y 6.

CONCLUSIONES

El ruido que se simula posee las mismas características que un ruido clase A, el que consiste de un ruido gaussiano de fondo más un ruido impulsivo.

De acuerdo con los resultados que se obtienen la rotación de la constelación permite mejorar el desempeño en el canal con ruido clase A, porque disminuye en forma significativa la probabilidad de error de símbolo, esto se debe a que la rotación de ángulos aumenta la distancia entre los símbolos adyacentes de la constelación bidimensional.

El entrelazador de bits dorado dispersa en forma óptima los bits consecutivos de la palabra código, logrando con esto disminuir la probabilidad de error de bits y mejorando también la probabilidad de error de símbolo.

De acuerdo con los resultados que se obtienen la concatenación de las constelaciones rotadas y el entrelazador de símbolo dorado disminuyen la RSE en un orden de magnitud de 1×10^{-2} y el BER en un orden de magnitud de 1×10^{-3} respecto de su contraparte que solo usan las constelaciones rotadas.

La constelación rectangular de cuatro y dieciséis símbolos tiene mejor desempeño con relación a la circular y hexagonal, esto se debe que la rotación de ángulo maximiza en forma óptima la distancia mínima entre los símbolos adyacentes de la constelación rectangular.

La concatenación de constelaciones rotadas y entrelazador de símbolos dorado mejoran notablemente el desempeño de un sistema de transmisión/recepción en un canal con ruido clase A, mejorando notablemente con esto la confiabilidad del sistema, es decir, disminuyendo en forma significativa la probabilidad de error de símbolo y de bits.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a los revisores anónimos por sus comentarios, sugerencias y a CONICYT por patrocinar este trabajo mediante el proyecto CONICYT FONDEF IDeA CA13I10318.

REFERENCIAS

- [1] W. Fernández. "Rotación Óptima de las Constelaciones Hexagonal, Circular y Rectangular Para Canales con Ruido Clase A". IEEE Latin America Transactions. Vol. 13 N° 1, pp. 76-83. January, 2015.
- [2] Q. Xie, J. Song, K. Peng, F. Yang and Z. Wang. "Coded Modulation with Signal Space Diversity". IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010), pp. 1-10. 2010.
- [3] D. Karpuck and C. Hollanti. "Rotation Non Uniform and High Dimensional Constellations Using Geodesic Flow on Lie Group". IEEE International Conference on Communications (ICC-2014), pp. 1-6. 2014.
- [4] Q. Xie, K. Peng, F. Yang and Z. Wang. "BICM-ID Systems with Signal Space-Diversity Over Rayleigh Fading Channel". IEEE Global Telecommunications

- Conference (GLOBECOM 2010), pp. 1-5. 2010.
- [5] D. Karpuk and C. Hollanti. "Multi Dimensional and Non-Uniform Constellation Optimization Via the Special Orthogonal Group". IEEE Information Theory Workshop (ITW-2014), pp. 1-5. 2014.
- [6] A. Zhong and J. Kang. "Novel Rotation Angle for Quasi-Orthogonal Space Time Block Codes". 11th Canadian Workshop on Information Theory (CNIT-2008), pp. 213-216. 2008.
- [7] Y. Stephane and L. Golf. "Signal Constellations for Bit-Interleaved Coded Modulation". IEEE Transactions on Information Theory. Vol. 49 N° 1, pp. 307-313. January, 2003.
- [8] X. Zou, M. Wang and G. Feng. "A New Interleaves Design for Iteratively Decoded Bit Interleaved Coded Modulation". International Journal of Soft Computing. Vol. 3 N° 5, pp. 338-343. 2008.
- [9] W. Fernández, M. Guzmán and R. Torres, "Analysis of the Performance of Interleavers of Block, Golden and Relative Golden in a Low Voltage Power Line Channel". Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería. Vol. 16 N° 3, pp. 333-341. July-September, 2008.
- [10] L. Haaj, M. Bacha and A. Mebrek. "A New Optimized Interleaver Structure for Turbo Coding". 27th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCEC-2014). Toronto, Canada, pp. 1-5. 2014.
- [11] L. Haadj and S. Chellati. "A Novel Structure of Random Interleavers for Turbo Coding". IEEE Aerospace Conference, pp. 1-5. 2012.
- [12] D. Middleton. "Statistical Physical Models of Electromagnetic Interference". IEEE Transactions Electromagnetic Compatibility. Vol. 19 N° 3, pp. 106-127. August, 1977.
- [13] A. Spaulding and D. Middleton. "Optimum Reception in an Impulsive Interference Environment, Part I: Coherent Detection". IEEE Transactions on Communications. Vol. 25 N° 9, pp. 910-923. September, 1977.
- [14] A. Spaulding and D. Middleton. "Optimum Reception in an Impulsive Interference Environment, Part II: Incoherent Detection". IEEE Transactions on Communications. Vol. 25 N° 9, pp. 924-934. September, 1977.