Una propuesta de reglas de sintonía robustas para controladores PI-2DoF

A proposal of robust tuning rules for PI-2DoF controllers

Maibeth Sánchez Rivero¹ Orestes Llanes Santiago^{1*}

Recibido 29 de abril de 2015, aceptado 2 de mayo de 2016

Received: April 29, 2015 Accepted: May 2, 2016

RESUMEN

Una estructura de dos grados de libertad permite unificar el diseño del controlador tanto para perturbaciones en la carga como para cambios en la referencia. En el diseño de un controlador proporcional integral derivativo de dos grados de libertad (PI-2DoF) es necesario introducir condiciones de robustez. El presente trabajo propone una regla de sintonía que permite obtener el nivel de robustez en un intervalo continuo con un error no mayor que “ $\pm 0,06$ ” del valor deseado, superando la dificultad de los márgenes de robustez discretos. Las reglas se obtuvieron mediante un ajuste de curvas de los parámetros óptimos del controlador, obtenidos a partir de la aplicación del algoritmo de optimización evolución diferencial sobre un conjunto de plantas de prueba representativa de procesos industriales. Se utilizan las reglas de ajuste para el control PI-2DoF para establecer la comparación con las reglas existentes en la literatura.

Palabras clave: Control PI-2DoF, robustez, reglas de sintonía, evolución diferencial.

ABSTRACT

A structure of two degrees of freedom permits uniting the controller's design so much for disturbances in the load same as for changes in the reference. In the design of a proportional integral derivative controller of two degrees of freedom (PI-2DoF) it is necessary to introduce conditions of robustness. The present paper proposes a rule of tuning that permits getting the level of robustness in a continuous interval with a smaller error than “ ± 0.06 ” of the desired value, surpassing the difficulty of the discreet margins of robustness. The rules was obtained using an adjustment of curves of the controller's optimal parameters, obtained as from the application of the differential evolution optimization's algorithm on a set of representative test's plants of industrial processes. The tuning rules for PI-2DoF control are used to establish the comparison with the rules in literature.

Keywords: Controller PI-2DoF, robustness, rules of tuning, differential evolution.

INTRODUCCIÓN

Un controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) es uno de los métodos de control más frecuentes y precisos dentro de la regulación automática. Su gran aceptación se debe, entre otras características, a su sencillez, ya que son solo tres parámetros a

sintonizar, y a la efectividad de sus acciones de control [1-3].

El desarrollo de reglas de sintonía para controladores PID surge en gran medida por la necesidad de contar con métodos de ajuste que relacionen los parámetros del controlador con los parámetros del modelo del

¹ Departamento de Automática y Computación. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (CUJAE). Dirección postal: 19390. La Habana, Cuba. E-mail: msanchezr@electrica.cujae.edu.cu; orestes@electrica.cujae.edu.cu

* Autor de correspondencia

proceso en una forma directa y sencilla para ser empleadas por personas con pocos conocimientos sobre control [2].

Desde los primeros trabajos sobre control PID es una tradición tener dos reglas de sintonía, una para buena respuesta a cambios en el punto de consigna y otra para atenuación eficiente de las perturbaciones en la carga [4-5]. Esta dificultad puede ser resuelta si se utiliza el PID con estructura de dos grados de libertad [1].

La robustez no fue considerada durante mucho tiempo como un requisito a tener en cuenta en el diseño de un sistema de control y no es hasta la formulación realizada por Zames [6], del tratamiento de la incertidumbre mediante la norma infinito, que el control robusto entra de lleno en la teoría de control y da lugar a una doctrina, que actualmente está completamente desarrollada y madura, conocida como el control norma H^∞ .

Las reglas de sintonía para controladores robustos propuestas hasta ahora en la literatura se han desarrollado para valores de márgenes de robustez específicos, y en los casos de aquellas reglas que proponen más de un nivel de robustez estos solo pueden tomar ciertos valores, a partir de mantener la misma estructura de la regla y variar sus coeficientes según la robustez deseada, lo que es una restricción no necesaria pues es posible generalizar este procedimiento y obtener reglas que integren todos los niveles, sin necesidad del trabajo con tablas.

En este trabajo se presenta la obtención de reglas de sintonía directamente parametrizadas por el valor de la sensibilidad máxima (M_S), que es quién da la medida de la robustez del sistema, en un intervalo continuo, garantizándose que el mismo siempre se encontrará en un intervalo dado por " $M_S \pm 0,06$ ".

Para lograr lo anterior se plantea un problema de optimización que es resuelto utilizando el algoritmo de evolución diferencial.

En la sección Análisis Teórico se presentan los elementos fundamentales de un PID con la estructura de dos grados de libertad, las medidas de robustez y las principales reglas de sintonía robustas existentes, se define además el problema de optimización y se explica brevemente la herramienta de optimización utilizada. La sección Resultados, por su parte,

presenta las reglas de sintonía propuestas y la comparación realizada con respecto a las reglas que existen hoy en la literatura. Finalmente se presentan las Conclusiones.

ANÁLISIS TEÓRICO

Reglas de sintonía robustas para controladores PID de dos grados de libertad

Según Horowitz [7] los grados de libertad de un sistema de control definen el número de funciones de transferencia que en un lazo cerrado pueden ser ajustadas de forma independiente. En un controlador con un grado de libertad la señal de control depende exclusivamente de la diferencia entre la referencia y la salida medida de la planta. La estructura de dos grados de libertad considera que la entrada al controlador no es simplemente el error, sino la referencia de un lado, y de otro, la salida de la planta.

Le ley de control de un PID clásico está dada por

$$u(t) = K_c(e_p(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e_i(\tau) d\tau + T_d \frac{d}{dt} e_d(t)) \quad (1)$$

si se separa cada error y se define como

$$\begin{aligned} e_p(t) &= br(t) - y(t) \\ e_i(t) &= r(t) - y(t) \\ e_d(t) &= cr(t) - y(t) \end{aligned} \quad (2)$$

y se transforma y reorganiza como se explica en [2]; se obtiene la estructura de un PID 2-DoF, Figura 1,

Figura 1. PI-2DoF.

donde

$$C(s) = K_c(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d) \quad (3)$$

$$F(s) = \frac{1 + sT_ib + s^2T_iT_dc}{1 + sT_i + s^2T_iT_d} \quad (4)$$

Los parámetros b y c permiten mejorar notablemente las prestaciones del controlador. Generalmente el parámetro c se escoge igual a cero para evitar que cambios bruscos en la referencia afecten el desempeño del controlador [8].

Con una estructura que tiene dos grados de libertad, o ponderación del punto de consigna, se logra una ventaja significativa frente a un controlador de un grado de libertad ya que el problema de la respuesta al punto de consigna se puede desacoplar de la respuesta a las perturbaciones en la carga y del ruido en la medición. El procedimiento de diseño se puede entonces dividir en dos pasos independientes. Primero se obtiene K_p , T_i y T_d y luego se obtienen los parámetros b y c [3]. En este trabajo en particular se trabaja con un PI-2DoF, por lo que la expresiones (3) y (4) se simplifican pues no se utilizara constante de tiempo derivativo quedando de la siguiente forma:

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (5)$$

$$F(s) = \frac{1 + sT_i b}{1 + sT_i} \quad (6)$$

Por lo general, cuando se aborda el tema de la estabilidad de un sistema de control se hace referencia principalmente a la estabilidad absoluta, es decir, si el sistema es estable o no. Pero si se desea conocer cuán estable es el sistema se está hablando entonces de estabilidad relativa. Las diferentes medidas de estabilidad relativa se denominan medidas de robustez [3]. La incorporación de estas medidas en los procedimientos de diseño y la concepción de las reglas de sintonía, da lugar al diseño de un controlador robusto.

Las medidas de robustez han ido evolucionando a lo largo de los años, dando lugar, consecuentemente, a nuevos enfoques del control robusto. De esta forma, se conocen como medidas clásicas de robustez, o de estabilidad relativa, los márgenes de ganancia, A_m , y de fase, ϕ_m . Su representación geométrica a partir del diagrama de Nyquist de la función de transferencia en lazo abierto se muestra en la Figura 2. Valores típicos de especificación de estos márgenes son $2 \leq A_m \leq 5$ y $30^\circ \leq \phi_m \leq 60^\circ$ [3].

Figura 2. Márgenes de ganancia A_m , de fase ϕ_m y sensibilidad máxima M_S .

La función de sensibilidad:

$$S(i\omega) = \frac{1}{1 + P(i\omega)C(i\omega)} = \frac{1}{1 + G_{la}(i\omega)} \quad (7)$$

constituye hoy en día, la base para establecer la medida de robustez de referencia, dentro del ámbito del diseño de controladores PID, ya que refleja muchas propiedades interesantes del sistema en lazo cerrado, particularmente la robustez frente a variaciones del proceso [3].

Como la sensibilidad solo depende de la función de transferencia del lazo, se puede visualizar gráficamente en el diagrama de Nyquist de dicha función de transferencia, Figura 2. El número complejo $1 + G_{la}(i\omega)$ se puede representar en el diagrama de Nyquist como el vector que va desde el punto -1 al punto $G_{la}(i\omega)$.

El valor

$$M_S = \max_w |S(i\omega)| \quad (8)$$

que se llama sensibilidad máxima, representa el peor caso de amplificación de las perturbaciones y ocurre en la frecuencia de máxima sensibilidad w_{ms} .

De esta forma, garantizando un determinado valor para M_S , se asegura que el diagrama de Nyquist de la función de transferencia del lazo está fuera de un círculo con centro en -1 y radio $1/M_S$, delimitando de esta manera la región de robustez.

La estabilidad y robustez frente a incertidumbres del proceso se pueden expresar por la función de sensibilidad ya que para frecuencias donde la función de sensibilidad es pequeña se asegura que el sistema en lazo cerrado es muy insensible a las variaciones en el proceso.

Interesarán por lo tanto, valores pequeños de M_S para obtener una robustez más elevada; sin embargo, la función de sensibilidad no se puede hacer arbitrariamente pequeña, ya que la realimentación puede redistribuir la atenuación de las perturbaciones para diferentes frecuencias, pero no puede reducir el efecto de las perturbaciones para todas las frecuencias [3].

El uso del máximo de la función de sensibilidad, M_S , fue propuesto por Åström [9] pero su utilización en reglas y métodos de sintonización que en forma implícita o explícita consideran la robustez en el diseño del lazo de control no es hasta la presentación de las reglas de sintonización Kappa-Tau del mismo autor [10].

Determinado valor de M_S garantiza, en forma simultánea, las cotas para los márgenes de ganancia y de fase.

$$A_m \geq \frac{M_s}{M_s - 1}, \phi_m \geq 2 \arcsin\left(\frac{1}{2M_s}\right) \quad (9)$$

Valores típicos de M_S oscilan en el intervalo de 1,4 a 2, el requisito $M_S = 2$ implica que $A_m \geq 2$ y $\phi_m \geq 29^\circ$ y mientras que $M_S = 1,4$ implica que $A_m \geq 3,5$ y $\phi_m \geq 41^\circ$.

La ventaja que presenta el uso de M_S es que determina el A_m y el ϕ_m de manera simultánea, aunque estas dos cantidades sean completamente independientes.

Existen otras medidas de sensibilidad como M_t y la combinada de M_S con M_t

$$M_t = \max_w |T(iw)| = \max_w \left| \frac{P(iw)C(iw)}{1 + P(iw)C(iw)} \right| \quad (10)$$

en las que las regiones de robustez quedan determinadas como se muestra en la Tabla 1 [3].

La robustez no fue considerada durante mucho tiempo como un requisito a tener en cuenta en el

Tabla 1. Regiones de robustez.

Contorno	Centro	Radio
M_S	-1	$1/M_s$
M_t	$-\frac{M_t^2}{M_t^2 - 1}$	$\frac{M_t}{M_t^2 - 1}$
$M=M_S=M_t$	$-\frac{2M^2 - 2M + 1}{2M(M - 1)}$	$\frac{2M - 1}{2M(M - 1)}$

diseño de un sistema de control. Esta solo era, en el caso de que fuera tomada en cuenta, determinada luego de realizado el diseño como una consecuencia del mismo y no como un aspecto decisivo a tener en cuenta [3].

En el desarrollo de reglas de sintonía para controladores robustos se tiene un primer enfoque en el que las reglas son el resultado de la solución de un problema de control robusto aplicado a un controlador de estructura restringida; y un enfoque alternativo de propuestas de reglas de sintonía simples, que incorporan en su concepción consideraciones de robustez.

De esta forma se tiene para la primera definición los métodos desarrollados con base en el control con modelo interno [11-16], donde las reglas de sintonías no quedan directamente vinculadas a un indicador o medida de robustez.

Por otro lado, se tienen las conocidas estrategias de diseño en las que el parámetro de diseño es directamente la medida de robustez escogida para el sistema en lazo cerrado: Kappa-Tau [10], [17-18], Método KL150 [19], Optimización de objetivo múltiple (MOO) [20], Método AMIGO [2], Método PI2Ms [21] y MoReRT [22-23].

Aquí también se puede distinguir, entre los enfoques que se plantean conseguir un lazo cerrado que proporcione un determinado valor de M_S [24] y los enfoques más flexibles que proporcionan reglas de sintonía directamente parametrizadas por el valor de M_S deseado [21].

Ambas tendencias se han ido fusionando y en [25] se tiene el enfoque ART₂ ("Analytical Robust Tuning"), que tiene como base la formulación

analítica del diseño para el control en regulación, a la vez que se vincula con una especificación de robustez en términos del valor conseguido de M_S . Este enfoque, por tanto, podría calificarse tanto de analítico como dirigido por M_S .

Se analizan a continuación dos de los métodos anteriores, los cuales serán tomados de referencia para el análisis de la regla de sintonía propuesta.

Método PI2M_S

Partiendo de los parámetros óptimos obtenidos mediante el procedimiento de sintonía robusta no oscilatoria (NORT), para procesos de primer orden con retardo, se obtienen reglas de sintonización de controladores PI de 2DoF para cuatro niveles de robustez, $M_S = \{1,4; 1,6; 1,8; \text{ y } 2,0\}$ [21]. La característica principal del método es que logra los cuatro niveles de robustez discretos para todo el ámbito de aplicación del mismo, pero este resulta bien restringido, $0,1 \leq L/T \leq 2,0$. Las reglas de sintonía PI2M_S para modelos de primer orden con retardo se obtienen ajustadas a una forma realmente simple [21].

Método AMIGO

Se basa en el método MIGO (M-constrained Integral Gain Optimization) de Åström, [2, 24], que optimiza la ganancia integral del controlador, K_i , pero para un solo nivel de robustez, $M_S = 1,4$, aplicado a un conjunto amplio de plantas de prueba. A partir de los parámetros óptimos, determina las ecuaciones para una sintonía robusta de controladores PI y PID Estándar de 2DoF.

Aunque el ámbito de estudio del método es $0 \leq \tau \leq 0,98$, donde $\tau = L/(L+T)$ es el retardo de tiempo normalizado, para los controladores PID Estándar solo se pueden obtener parámetros fiables para $\tau \geq 0,5$.

Los métodos anteriores restringen el nivel de robustez para valores específicos, lo que limita las posibilidades de diseño de controladores robustos.

Algoritmo de optimización utilizando Evolución Diferencial

La optimización es una herramienta poderosa para el diseño de controladores. Los métodos basados en la aplicación de técnicas de optimización, constituyen una alternativa a los métodos analíticos. La idea básica es intentar capturar diferentes aspectos deseados del

funcionamiento en lazo cerrado, bajo la firma de una determinada función de coste a minimizar [26].

El objetivo de optimización es encontrar los parámetros del controlador que minimicen el criterio de la integral del error absoluto (IAE, por sus siglas en inglés) que da sistemas con bajo amortiguamiento y pobre sensibilidad, para perturbaciones en la carga modeladas como un paso escalón. La optimización se realiza bajo la restricción de M_S , que hace que el diagrama de Nyquist sea tangente al círculo de robustez que este valor determina. El problema de optimización no convexo puede ser escrito como:

$$\min_{K, T_i} \int_0^{\infty} |e(t)| dt = IAE_{load} \quad (11)$$

sujeto a las siguientes restricciones

$$\begin{aligned} |G_{la}(iw) - C_{M_S}|^2 &\geq R_{M_S}^2, \forall w \in \Re^+ \\ |G_{la}(iw_s) - C_{M_S}|^2 &= R_{M_S}^2 \end{aligned} \quad (12)$$

$e(t)$ es el error de control, y $G_{la}(iw)$ la respuesta en frecuencia en lazo abierto, w_s es la frecuencia donde $G_{la}(iw)$ es tangente al círculo M_S . El radio y el centro del círculo M_S son denotados R_{M_S} y C_{M_S} respectivamente [27].

Luego de obtenidos los parámetros del controlador (K_c , T_i) se procede a obtener el valor de la ponderación de consigna, b , que minimice IAE para cambios en la referencia modeladas como un paso escalón:

$$\min_b \int_0^{\infty} |e(t)| dt = IAE_{referencia} \quad (13)$$

La aplicación de estas estrategias de optimización, aunque efectivas, recaen en la utilización de técnicas numéricas bastante complejas y no resultan en reglas de sintonía. Mediante su aplicación, se obtiene la sintonía del controlador como la solución al problema de optimización. A pesar de la disponibilidad de herramientas numéricas avanzadas y la posibilidad de plantear diseños con base en la formulación de problemas de relativa complejidad, sigue existiendo una determinada predilección por la formulación del problema del ajuste de controladores PID, con

base en reglas de sintonía; por ser estas de baja complejidad [3].

Para generar el banco de datos que luego será utilizado en la formulación de las reglas de sintonía se utiliza el algoritmo evolución diferencial (DE, por sus siglas en inglés), propuesto por Storn y Price en 1995 [28]. DE es un algoritmo evolutivo y basado en poblaciones, que proporciona una estructura sencilla y de fácil implementación.

La idea general de DE es generar una nueva solución factible a partir de la perturbación de una solución que forma parte de la población de soluciones factibles obtenidas hasta ese momento. Este esquema de generación de la solución puede expresarse mediante la notación:

$$DE / X^j / \gamma / \lambda \quad (14)$$

X^j denota la solución a perturbar en la iteración j -ésima, γ el número de pares de soluciones de la población que serán usadas en la perturbación de X^j y λ indica el tipo de cruzamiento que será usado.

En este caso se ha considerado el esquema DE/ $X^{j(Best)}/1/bin$ donde bin representa la función de distribución binomial y el operador de mutación viene dado por la expresión:

$$X^{j+1} = X^{j(Best)} + F_s * (X^{j(\alpha)} - X^{j(\beta)}) \quad (15)$$

siendo $X^{j(Best)}$, $X^{j(\alpha)}$, $X^{j(\beta)} \in \mathbb{R}^N$ elementos de la población generada en la iteración anterior, $X^{j(Best)}$ es la mejor solución encontrada hasta el momento, α y β son escogidos aleatoriamente en el intervalo $[0, N]$, donde N es el tamaño de la población.

F_s , conocido como factor de escala, es un valor real y constante que determina la influencia de la pareja de vectores usados en la mutación.

El operador de cruzamiento para cada componente, x_n con $n=1, 2, \dots, N$, del vector solución se define:

$$x_n^{j+1} = \begin{cases} x_n^{j+1} & \text{Lf } q_{rand} \leq C_{cruz} \\ x_n^{j(Best)} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (16)$$

donde $0 \leq C_{cruz} \leq 1$ es la constante de cruzamiento, que determina la influencia de $x_n^{j(Best)}$, q_{rand} es un número

aleatorio que es generado mediante la distribución λ que en este caso es la distribución binomial.

Finalmente el operador de selección es

$$X^{j+1} = \begin{cases} X^{j+1} & \text{si } F(X^{j+1}) \leq F(X^{j(Best)}) \\ X^{j(Best)} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (17)$$

Los parámetros de control en el algoritmo son el tamaño de la población, $N = 10$, la constante de cruzamiento, se selecciona $C_{cruz} = 0,9$ para asegurar una baja influencia de la mejor solución de la población obtenida hasta el momento y el factor de escala, $F_s = 0,6$ que determina la influencia media.

RESULTADOS

Para la obtención de las reglas de ajuste se utilizó un conjunto de prueba de 54 plantas con respuestas a escalón esencialmente monótonas que es el utilizado en [29]. Estos procesos son representativos para muchos de los sistemas encontrados en el control de procesos, ya que incluyen sistemas con retardo dominante, con constante de tiempo dominante y balanceados.

Las diferentes dinámicas son aproximadas a un modelo de primer orden con retardo de tiempo (FOTD) mediante el método Viteckova [30] que es un método de dos puntos generalizado sobre la curva de reacción del proceso, donde K_p es la ganancia estática, T es la constante de tiempo, y L es el tiempo de retardo.

$$P(s) = \frac{K_p}{1 + sT} e^{-Ls} \quad (18)$$

Con el algoritmo de optimización anteriormente descrito se realizan simulaciones para los niveles de robustez $M_s = 1,2; 1,4; 1,6; 1,8$ y $2,0$ sobre el conjunto de prueba, para obtener los parámetros del controlador que garanticen el nivel de robustez deseado y minimicen el índice de desempeño IAE para perturbaciones y cambios en la referencia. Se realizan, además, varias corridas en cada nivel de robustez para evitar la ocurrencia de valores incorrectos en el conjunto de datos que serán utilizados para encontrar las reglas de sintonía.

La ganancia del controlador se normaliza multiplicándola por la ganancia estática del proceso

K_p y el tiempo integral se normaliza dividiéndolo por el retardo de tiempo L .

Los parámetros del controlador se grafican frente al retardo de tiempo normalizado $\tau = L/(L+T)$ que tiene la propiedad $0 \leq \tau \leq 1$. Este parámetro se puede usar para caracterizar la dificultad de controlar un proceso. Se llama algunas veces la razón de controlabilidad. En términos generales se puede decir que procesos con τ pequeña son fáciles de controlar, y la dificultad en controlar el sistema aumenta cuando τ aumenta [2].

Las Figuras 3, 4 y 5 muestran que conociendo el valor de τ se puede encontrar los valores de ajuste del controlador para un nivel de robustez determinado, lo que indica que es posible desarrollar buenas reglas de sintonía basadas en modelos FOTD.

Para encontrar las reglas de sintonía se realizó un ajuste de curvas en dos pasos.

Figura 3. S Ajuste de K_c por la regla propuesta.

Figura 4. Ajuste de T_i por la regla propuesta.

Figura 5. Ajuste de b por la regla propuesta.

Utilizando la herramienta *cftool* de Matlab en cada nivel de robustez se realizó un ajuste con las estructuras mostradas en las ecuaciones 19, 20 y 21, por ser las que mejor se ajustaban para todo el conjunto de datos.

$$K_c = \frac{a_1\tau + a_2}{(\tau + a_3)K_p} \quad (19)$$

$$T_i = \frac{(b_1\tau + b_2)L}{\tau + b_3} \quad (20)$$

$$b = c_1\tau + c_2 \quad (21)$$

De esta manera se obtienen reglas de sintonía que garantizan el nivel de robustez deseado, pero donde M_s solo puede alcanzar valores discretos, Tabla 2. Para obtener reglas donde M_s pueda variar libremente en el intervalo $[1,2; 2]$ es necesario encontrar una función que dependa de M_s y que ajuste los coeficientes de cada curva.

Tabla 2. Parámetros de ajuste PI-2DoF.

M_s	a_1	a_2	a_3	b_1
1,2	-0,1161	0,1666	-0,0016	-0,5736
1,4	-0,2268	0,3014	0,0001	0,8565
1,6	-0,1777	0,3740	0,0001	-1,0425
1,8	-0,2696	0,4793	0,0001	-1,0858
2	-0,2615	0,5413	-0,0001	-1,1307
M_s	b_2	b_3	c_1	c_2
1,2	0,9625	0,0624	8,5513	-0,1807
1,4	1,0407	0,1187	3,7084	0,2585
1,6	1,4387	0,2887	2,1745	0,3626
1,8	1,4331	0,2728	1,2895	0,4499
2	1,5778	0,3246	0,9128	0,4614

En el caso de los coeficientes a_i y b_i para todos los niveles de robustez son ajustados mediante una recta (por ser la manera más simple y satisfacer la representación gráfica de los valores puntuales de los coeficientes). Para los coeficientes c_i de la ponderación de consigna se utiliza una función exponencial (su representación no permite que sea ajustada mediante una recta). Nuevamente se utiliza el algoritmo de evolución diferencial, en esta ocasión para minimizar la diferencia entre el nivel de robustez que dan las reglas de sintonía propuestas y el nivel de robustez deseado.

En el caso de la ponderación del punto de consigna b cuando la regla proponga valores superiores a 2 deben ser aproximados a 2, siempre buscando un compromiso entre desempeño y rapidez.

Las líneas sólidas en las Figuras 3, 4 y 5 corresponden a la regla finalmente propuesta en esta investigación, las que para un controlador PI-2DoF son:

$$K_c = \frac{(-0,2097M_s + 0,0428)\tau + 0,4534M_s - 0,3203}{(\tau - 0,0012)K_p} \quad (22)$$

$$T_i = \frac{(-0,3998M_s - 0,3283)\tau + 0,6790M_s + 0,0748}{\tau + 0,3405M_s - 0,4304}L \quad (23)$$

$$b = (23,2M_s^{-5,855} + 0,5599)\tau - 2,251M_s^{-6,725} + 0,4812 \quad (24)$$

Se obtienen así reglas de sintonía robustas que permiten escoger el nivel de robustez deseado dentro de un intervalo continuo, lo que amplía las posibilidades de diseño de controladores PI-2DoF robustos.

Para validar el desempeño de la reglas se seleccionan tres plantas de prueba, Tabla 3, que representan por separado una de las siguientes características: dinámica dominada por la constante de tiempo (se caracterizan por valores de τ ; pequeños), dinámica balanceada (τ ; alrededor de 0,5) y dinámica dominada por el retardo de tiempo (τ ; cercanos a 1), que son, en la práctica, de manera general las tres dinámicas a tener en cuenta.

El ajuste del controlador PI-2DoF para las tres dinámicas representativas en el nivel de robustez $M_s = 1,4$ se muestra en la Tabla 4, mientras que en

Tabla 3. Plantas de pruebas.

Identificador	FOTD	τ
P1	$\frac{e^{-0,482s}}{1,195s + 1}$	0,29
P2	$\frac{e^{-1,96s}}{2,328s + 1}$	0,46
P3	$\frac{e^{-1,02s}}{0,08715s + 1}$	0,92

la Tabla 5 se muestran los índices de desempeño (IAEp e IAEr) y los niveles de robustez. La planta P3, representante de las dinámicas dominadas por el retardo de tiempo, no se encuentra dentro del rango de aplicación de la regla PI2MS, por lo tanto no se realiza el ajuste del controlador en este caso.

Tabla 4. Parámetros del controlador PI-2DoF.

Planta	Método	Kc	Ti	b
P1	AMIGO	0,5102	1,0667	1
	PI2Ms	1,0021	1,3418	0,7986
	Propuesta	0,8433	1,1121	1,3373
P2	AMIGO	0,2711	2,2720	1
	PI2Ms	0,5432	2,8975	1,0727
	Propuesta	0,4373	2,4111	1,9808
P3	AMIGO	0,1738	0,3674	1
	Propuesta	0,0906	0,2177	2

Tabla 5. PI-2DoF, robustez y desempeño.

Planta	Método	M_s	IAEp	IAEr
P1	AMIGO	1,2178	2,0917	2,0954
	PI2Ms	1,4190	1,3390	1,6092
	Propuesta	1,3732	1,3189	1,2575
P2	AMIGO	1,2307	8,3817	8,3817
	PI2Ms	1,4308	5,3344	5,1238
	Propuesta	1,3800	5,5137	4,2047
P3	AMIGO	1,4514	2,1140	2,1140
	Propuesta	1,4107	2,4029	2,1852

El método de ajuste AMIGO, para dinámicas balanceadas y dominadas por la constante de tiempo, ofrece niveles de robustez más fuertes que el deseado por diseño, y en P3, la dinámica dominada por el retardo de tiempo, no logra alcanzar ese nivel de robustez.

El método PI- $2M_S$ en P1 y P2 logra valores cercanos al valor de M_S .

El método de ajuste propuesto en este trabajo en las tres dinámicas alcanza niveles con un error menor que $\pm 0,06$, según se comprobó mediante resultados experimentales.

En cuanto a la integral del error absoluto para perturbaciones de carga (IAEp) PI- $2M_S$ alcanza menores valores siempre que la planta se encuentre en su ámbito de aplicación, y el esfuerzo del controlador es similar para todas las reglas.

La integral del error absoluto para la referencia IAER encuentra su menor valor en la regla propuesta ya que en ella se propone un valor de b superior a las demás, esto trae como consecuencia un esfuerzo mayor del controlador.

Las tres reglas analizadas anteriormente (las dos reportadas en la literatura y la propuesta en este trabajo) presentan similares valores de desempeño, siendo significativo el hecho de que AMIGO solo permite un nivel de robustez, $M_S = 1,4$, y PI- $2M_S$ está definida para cuatro niveles de robustez discretos, que se obtienen a partir de la sustitución en las expresiones de coeficientes almacenados en una tabla según el nivel de robustez deseado, mientras que la regla de sintonía propuesta permite encontrar los parámetros del controlador para el nivel de robustez deseado a partir de expresiones que incorporan en su diseño el índice M_S , dándole la facilidad a M_S de moverse libremente en un intervalo continuo. La Tabla 6 ejemplifica lo anterior para nueve niveles de robustez.

A medida que aumenta el nivel de robustez disminuye la ganancia del controlador, aumenta T_i para la dinámica de constante de tiempo dominante y disminuye para las balanceadas y las de retardo de tiempo dominante. La ponderación del punto de consigna aumenta para las tres dinámicas hasta alcanzar el valor límite de 2, lo que indica que a medida que aumenta la robustez es necesaria una

Tabla 6. Parámetros del controlador PI-2DoF para diferentes niveles de robustez.

Planta	Nivel de robustez	Kc	Ti	b
P1	2	1,6641	0,9929	0,7359
	1,9	1,5273	1,0061	0,7675
	1,8	1,3905	1,0211	0,8122
	1,7	1,2537	1,0385	0,8768
	1,6	1,1169	1,0589	0,9719
	1,5	0,9801	1,0830	1,1154
	1,4	0,8433	1,1121	1,3373
	1,3	0,7065	1,1478	1,6910
	1,2	0,5697	1,1926	2
P2	2	0,9068	2,2591	0,8988
	1,9	0,8286	2,5232	1,9542
	1,8	0,7503	2,5056	1,0331
	1,7	0,6721	2,4860	1,1477
	1,6	0,5938	2,4640	1,3178
	1,5	0,5156	2,4392	1,5700
	1,4	0,4373	2,4111	1,9807
	1,3	0,3591	2,3790	2
	1,2	0,2807	2,3418	2
P3	2	0,2601	0,3413	1,3446
	1,9	0,2319	0,3252	1,4650
	1,8	0,2036	0,3052	1,6375
	1,7	0,1754	0,2854	1,8891
	1,6	0,1471	0,2643	2
	1,5	0,1189	0,2418	2
	1,4	0,0906	0,2177	2
	1,3	0,0623	0,1918	2
	1,2	0,0341	0,1640	2

mayor ponderación del punto de consigna para minimizar el criterio IAER.

En la Tabla 7 se resumen la robustez y los índices de desempeño del controlador.

La regla propuesta garantiza el nivel de robustez dentro de un margen de $\pm 0,06$ del nivel de robustez deseado. A medida que aumenta los niveles de robustez aumenta la IAEp y disminuye el esfuerzo de control, igual ocurre con la IAER, lo que indica que con una mayor robustez penaliza la rapidez del sistema pero afecta menos al elemento de acción final.

Tabla 7. PI-2DoF, robustez y desempeño para diferentes valores de robustez.

Planta	Nivel de robustez	M_s	IAEp	IAEr
P1	2	2,0518	0,6021	1,0752
	1,9	1,9025	0,6587	1,0718
	1,8	1,7713	0,7343	1,0812
	1,7	1,6550	0,8284	1,1056
	1,6	1,5511	0,9480	1,1481
	1,5	1,4577	1,1050	1,1979
	1,4	1,3732	1,3188	1,2574
	1,3	0,2965	1,6245	1,3494
	1,2	1,2265	2,0932	1,4281
P2	2	2,0559	3,0260	4,0811
	1,9	1,9063	3,1420	4,0096
	1,8	1,7753	3,3497	3,9733
	1,7	1,6596	3,3497	3,9733
	1,6	1,5564	4,1495	4,0310
	1,5	1,4637	4,7313	4,0856
	1,4	1,3797	5,5137	4,2047
	1,3	1,3029	6,6257	4,3836
	1,2	1,2320	8,3397	5,9979
P3	2	1,9516	1,6552	1,2520
	1,9	1,8531	1,6637	1,6023
	1,8	1,7613	1,6946	1,5842
	1,7	1,6739	1,7523	1,5774
	1,6	1,5885	1,8538	1,6291
	1,5	1,5019	2,0418	1,6291
	1,4	1,4107	2,4029	2,1851
	1,3	1,3096	3,0774	2,8855
	1,2	1,1909	4,8127	4,6487

CONCLUSIONES

A partir de los parámetros óptimos del controlador, obtenidos mediante la aplicación de un algoritmo de optimización, es posible encontrar reglas de ajuste universales que relacionen estos parámetros con los de la planta.

La introducción de M_s en la función de ajuste de los parámetros del controlador hace posible convertir

reglas de ajuste para valores discretos de M_s en reglas para cualquier valor de robustez deseada en un intervalo continuo, en este caso desde $1,2 \leq M_s \leq 2,0$.

La regla para PI-2DoF presenta un rango de aplicación de $0,1 \leq \tau \leq 1,0$ y en todo el ámbito proponen controladores con un buen desempeño.

La regla de sintonía propuesta permite encontrar los parámetros del controlador PI-2DoF directamente a partir del nivel de robustez, lo que ofrece la ventaja de no restringir el diseño del controlador a un nivel específico. Este valor de robustez se garantiza además en un rango de $\pm 0,06$ del valor deseado.

REFERENCIAS

- [1] M. Araki and H. Taguchi. "Two-Degree-of-Freedom PID Controllers". Vol. 1 N° 4, pp. 401-411. 2003.
- [2] K.J. Åström and T. Hägglund. "Control PID avanzado". Pearson Educación. 2009.
- [3] R. Vilanova and V.M. Alfaro. "Tutorial Control PID robusto: Una visión panorámica". Rev. Iberoam. Automática e Informática Ind. RIAI. Vol. 8 N° 3, pp. 141-158. 2011.
- [4] J.G. Ziegler, N.B. Nichols and N.Y. Rochester. "Optimum settings for automatic controllers". Trans. ASME. Vol. 64 N° 11. 1942.
- [5] K.L. Chien. "On the automatic control of generalized passive systems". Trans. Asme. Vol. 74, pp. 175-185. 1972.
- [6] G. Zames. "Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses". Autom. Control. IEEE Trans. Vol. 26 N° 2, pp. 301-320. 1981.
- [7] I.M. Horowitz and M. Sidi. "Synthesis of feedback systems with large plant ignorance for prescribed time domain tolerances". Academic Press. 1963.
- [8] V.M. Alfaro, R. Vilanova, U.D.C. Rica, S. José and C. Rica. "Sintonización de los controladores PID de 2GdL: desempeño, robustez y fragilidad". In XIV Congreso Latinoamericano de Control Automático, pp. 267-272. Santiago, Chile. 2010.
- [9] K.J. Åström, C.C. Hang, P. Persson and W.K. Ho. "Towards Intelligent PID Control". Automática. Vol. 28 N° 1, pp. 1-9. 1992.

- [10] K.J. Åström and T. Hägglund. "PID Controllers: Theory, Design, and Tuning". Pearson Educación. 1995.
- [11] D.E. Rivera, M. Morari, and S. Skogestad. "Internal Model Control. 4. PID Controller Design". Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. Vol. 25 N° 1, pp. 252-265. 1986.
- [12] D. Chen and D.E. Seborg. "PI/PID controller design based on direct synthesis and disturbance rejection". Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 41 N° 19, pp. 4807-4822. 2002.
- [13] S. Skogestad. "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning". J. Process Control. Vol. 13 N° 4, pp. 291-309. 2003.
- [14] A. Leva and A.M. Colombo. "On the IMC-based synthesis of the feedback block of ISA PID regulators". Trans. Inst. Meas. Control. Vol. 26 N° 5, pp. 417-440. 2004.
- [15] S. Alcántara, C. Pedret, and R. Vilanova. "On the model matching approach to PID design: Analytical perspective for robust Servo/Regulator tradeoff tuning". J. Process Control. Vol. 20 N° 5, pp. 596-608. 2010.
- [16] M. Huba and D. Soos. "Robustness characteristics and optimal robust tuning of a 2DOF PI control for an uncertain IPDT plant". In Proceedings of the RAAD 2014 23rd International Conference on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region. N° 6. 2014.
- [17] J.C. Shen. "New tuning method for pid controller". ISA Trans. Vol. 41-4, pp. 473-484. 2002.
- [18] J. Crowe and M. Johnson. "Automated maximum sensitivity and phase margin specification attainment in pi control". Asian J. Control. Vol. 4-4, pp. 388-396. 2002.
- [19] B. Kristiansson. "PID Controllers Design and Evaluation". Chalmers University of Technology. 2003.
- [20] S. Tavakoli, I. Griffin, and P.J. Fleming. "Multi-objective optimization approach to the PI tuning problem". Evol. Comput. 2007. CEC 2007. IEEE Congr., pp. 3165-3171. 2007.
- [21] V.M. Alfaro, R. Vilanova, and O. Arrieta. "Maximum Sensitivity Based Robust Tuning for Two-Degree-of-Freedom Proportional-Integral Controllers". Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 49 N° 11, pp. 5415-5423. 2010.
- [22] V.M. Alfaro and R. Vilanova. "Model-reference robust tuning of 2DoF PI controllers for first- and second-order plus dead-time controlled processes". J. Process Control. Vol. 22 N° 2, pp. 359-374. 2012.
- [23] V.M. Alfaro and R. Vilanova. "Robust tuning of 2DoF five-parameter PID controllers for inverse response controlled processes". J. Process Control. Vol. 23 N° 4, pp. 453-462. 2013.
- [24] K.J. Åström and T. Hägglund. "Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control". Vol. 14, pp. 635-650. 2004.
- [25] V.M. Alfaro, R. Vilanova, and O. Arrieta. "A Single-Parameter Robust Tuning Approach for Two Degree-of-Freedom PID Controllers". Eur. Control Conf. 2009.
- [26] G. Reynoso-Meza, J. Sanchis, X. Blasco, and M. Martínez. "Algoritmos Evolutivos y su empleo en el ajuste de controladores del tipo PID: Estado Actual y Perspectivas". Rev. Iberoam. Automática e Informática Ind. RIAI. Vol. 10 N° 3, pp. 251-268. 2013.
- [27] O. Garpinger. "Design of Robust PID Controllers with Constrained Control Signal Activity". 2009.
- [28] R. Storn and K. Price. "Differential evolution a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces". 1995.
- [29] K.J. Åström and T. Hägglund. "Revisiting the Ziegler-Nichols tuning rules for PI control-Part II The frequency response method". J. Process Control. Vol. 6 N° 4, pp. 469-482. 2004.
- [30] M. Vitecková, A. Viecek, and L. Smitny. "Simple PI and PID Controllers Tuning for Monotone Self-Regulating Plants". IFAC Work. Digit. Control Past, Present Futur. PID Control, pp. 5-7. 2000.