Revista de Filosofía
Volumen 70 (2014) 133-147

LÓGICA *FUZZY*, VERDAD Y COGNICIÓN[1]

Alejandro Ramírez F.
Universidad de Chile

Resumen / *Abstract*

S. Haack ha defendido la idea de que en la lógica *fuzzy* no puede afirmarse que los valores de verdad de un enunciado sean ellos mismos borrosos. Se analiza en este artículo la postura de Haack a la luz de algunos enfoques actuales de la filosofía clásica de la lógica y desde el punto el vista cognitivo de la filosofía de la lógica, especialmente desde la teoría de los conceptos. Bajo dichas aproximaciones, la tesis de la no-gradualidad de la verdad aparece notablemente debilitada.

Palabras clave: vaguedad, verdad, grado, cognición, lógica *fuzzy*.

Fuzzy logic, truth and cognition

S.Haack has defended the idea that in fuzzy logic it cannot be affirmed that the true values of a statement are themselves blurry. This article analyzes Haack position in the light of some current approaches of classic philosophy of logic, and from the cognitive point of view of philosophy of logic, especially from the theory of concepts. Under the said approaches, the thesis on non-gradation of truth appears significantly weakened.

Key words: vagueness, truth, grade, cognition, fuzzy logic.

1. Introducción

Parece claro que la lógica fuzzy es un sistema que formaliza los razonamientos válidos que contienen enunciados con términos denominados borrosos, de uso muy común en el lenguaje natural, razonamientos que la lógica clásica no puede abordar. Sin embargo, lo que hasta hoy no presenta la misma claridad en la filosofía de la lógica, es la naturaleza de la borrosidad, qué es lo que es vago en la lógica vaga, y qué sucede con el concepto de verdad en relación con dicha borrosidad. Múltiples preguntas aparecen inmediatamente en la reflexión sobre esta cuestión: si consideramos, por ejemplo, que el concepto (predicado) "alto" es vago, esto es, es sujeto de la paradoja del sorites, es un caso de borde, en el enunciado "A es alto", ¿qué es, precisamente, lo vago allí? (1)¿Es mi percepción de la altura de A la que es vaga? (2)¿Es A el que es

[1] Este artículo se enmarca en el proyecto de investigación financiado por Fondecyt regular, N°1120095, años 2012-2014.

vago? (3) ¿Es el conjunto "alto" el que lo es? (4) ¿Es la pertenencia de A al conjunto "alto" el que lo es? (5) ¿Es la verdad misma del enunciado "A es alto" la que es borrosa? La mayoría de las aproximaciones destinadas a dar una respuesta a estas y otras cuestiones similares se concentran en (2),(3) y (4)[2]. En este artículo se aborda la discusión acerca de la naturaleza de la lógica *fuzzy* con el fin de aclarar la pregunta (5), en el entendido de que todas ellas están evidentemente interrelacionadas. Este análisis se llevará a cabo a través de los enfoques clásicos en filosofía actual de la lógica, los que provienen de las reflexiones de Brentano, Frege, Husserl hasta hoy, y los enfoques cognitivos actuales acerca del razonamiento, principalmente la psicología cognitiva y la teoría prototípica de los conceptos.

Se plantea en este artículo, en suma, lo siguiente: (a) un análisis de la tesis según la cual la lógica *fuzzy* no puede implicar una "fuzzificación" de la verdad, esto es, que lo que se gradúa es la pertenencia de un objeto a una clase pero no la verdad misma, lo que es defendido por S. Haack y otros autores; (b) un examen de (a) con el fin de determinar si dicha postura resulta en realidad defendible, en su totalidad o en parte, a la luz de los enfoque tanto clásico como cognitivo de la filosofía de la vaguedad, especialmente, en la segunda perspectiva, desde las propuestas de Rosch y de Belohlaveck y Klir. En este punto defendemos la tesis de que la crítica de Haack es fuerte solo si supone la idea de que la lógica *fuzzy* de alguna forma implica una cierta teoría de la verdad, no cualquiera. Ello es análogo a lo planteado por Belohlaveck y Klir quienes afirman que la lógica *fuzzy* no puede confundirse con una teoría de los conceptos prototípicos, confusión que ha llevado, según los autores, a muchas incomprensiones sobre la lógica de la vaguedad. De igual modo tampoco, entonces, la lógica *fuzzy* puede ser función de una determinada teoría de la verdad. A la luz de estas consideraciones la idea de la no gradualidad de la verdad defendida por Haack se ve notablemente debilitada.

En la sección que sigue se analiza la postura enunciada en el punto (a), y, en la subsiguiente, la tesis afirmada en el punto (b).

2 Las aproximaciones clásicas centrales sobre el tema son muchas y de diversa índole; algunas de ellas son estrictamente lógicas y otras pertenecen más bien al campo de la filosofía de la lógica, que es lo que interesa en este artículo. Diferentes enfoques pueden encontrarse, por ejemplo, en R. Sorensen (2004), T. Williamson (1992,2001), R. Keefe y P. Smith (1999), R. Keefe (1998), T. Horgan (1994), G. Priest (2001), L. Zadeh (1965), K. Tanaka (1997), E. Romerales (2004), H. Putnam (1983), C. Wright (2003), D. Graff (2001), M. Heller (1990), R. Sainsbury y T. Williamson (2000), H. Nguyen y E. Walker (2000), J. Torres y H. Hasrun (2006), M. Black (1937), S. Haack (1996, 1996a), J. Fisher (2008).

2. La filosofía clásica de la vaguedad y la cuestión de la gradualidad

En síntesis, la cuestión de la lógica *fuzzy* se centra en la formalización de un fenómeno de gran ocurrencia en los lenguajes naturales, como es el uso de predicados borrosos[3]. Un predicado borroso es aquel que presenta "casos de borde" y que, por lo mismo, es susceptible de la paradoja del sorites. Formulaciones hay muchas. En forma sintética, supongamos lo que sucede con el término "bajo". Dicho término es borroso dado que puede construirse la siguiente paradoja:

(1) Un hombre de 1.50 m es bajo
(2) Si un hombre de 1.50 m es bajo, también lo es uno de 1.51 m.
(3) Por tanto, un hombre de 1,51 m es bajo
(4) Si 1.51m es bajo, lo es uno de 1.52 m
(5) Por tanto, un hombre de 1.52 m es bajo
.
.
.
(50) Por tanto un hombre de 2.00 m es bajo

Luego de ejecutar 50 *modus ponens*, se tiene la paradoja de que si bien (1) es verdadero, por medio de inferencias válidas se tiene que (50) es manifiestamente falso[4]. Entonces, y en suma, la lógica *fuzzy* restringe a la lógica clásica justamente en la validez del *modus ponens*. De esta manera, este sistema puede formalizar razonamientos donde están presentes términos como "algo menor", "menos frío", "enfermo", "muy enfermo", "suficientemente maleable", "profundamente depresivo", "alto", "muy alto", "calvo", "adinerado", "rígido", etc.[5]. Uno de los problemas centrales de la filosofía de la lógica borrosa es que, dado este conjunto de sucesivos condicionales, surge la cuestión ¿en cuál de ellos lo verdadero de (1) se convirtió en la falsedad de (50)? Respuestas definitivas no las hay. Hay varias tesis al respecto, que pueden verse en los diversos autores referidos aquí. Pero el problema que nos ocupa no es ese precisamente sino el que plantea S. Haack.

3 Los términos que en el lenguaje natural son calificados como borrosos son los predicados, no los nombres propios u otros términos usados permanentemente en el habla diaria.

4 Es notorio que la cuestión de la vaguedad sea contextual; en este caso "hombre alto", que refiere a una persona de 2.00 m de estatura es culturalmente verdadero y "hombre bajo", de 1.50 m es, culturalmente también, alguien de poca estatura física. Específicamente, acerca de la estructura lógica de la paradoja puede verse una formulación con el término "calvo" en M. Tye, 1994, pp. 5. Formalmente y de manera simplificada, el tren (1)…(n) de *modus ponens* que define la paradoja es el siguiente: **(1) $A0, A0 \rightarrow A1 \vdash A1$; (2) $A1, A1 \rightarrow A2 \vdash A2$; . . . (n) $An, An \rightarrow An+1 \vdash An+1$.**

5 En términos lingüísticos cada término se hace borroso mediante los denominados *hedges*, adverbios que modifican términos cargándolos de vaguedad.

Haack centra su crítica a la lógica vaga en una distinción que es clásica: (a) Por un lado se tiene los sistemas multivaluados referidos a conjuntos *fuzzy;* (b) sobre la base de (a), se considera el desarrollo de la lógica propiamente *fuzzy*, esto es, que maneja valores de verdad que son, ellos mismos, borrosos (Haack 1996, p. 233). Según la autora si bien (a) es un sistema deductivo formal como muchos otros no clásicos y, por tanto, completamente aceptable, no resulta, en cambio, aceptable la tesis (b), tesis que fue afirmada explícitamente por Lofti Zadeh, creador del concepto de *fuzzy sets*[6]. Similar aproximación tiene T. Williamson respecto de Zadeh: *El artículo original de Zadeh concierne a los conjuntos fuzzy, no a la lógica fuzzy* (Williamson 1994, p. 122). Se puede decir, también, que lo que es defendible es una lógica de los razonamientos con términos vagos, pero no una *lógica vaga* propiamente dicha. La lógica misma no puede ser, ella, en cuanto tal, vaga. De manera sintética, se puede afirmar que en la lógica *fuzzy,* si tenemos un enunciado como, por ejemplo, "A es alto", para la persona X que mide 1.85 m, dicho enunciado puede tener un valor de verdad = 1; en cambio respecto de otra persona X´, que mide 1.73 m, el enunciado puede tener un valor de verdad = 0.7 y, por último, para una persona que mide 1.60, el enunciado puede tener un valor de verdad = 0.25. De acuerdo con Haack, para Zadeh lo que resulta graduado es el valor de verdad mismo del enunciado en cuestión; esto es, su verdad va decreciendo desde 1 a 0.7 hasta 0.25 para los tres ejemplos expuestos. Así, el enunciado A= "A es alto" queda definido por: A = (1.85 m / 1; 1.73 m / 0.7; 1.60 m / 0.25). Como es consenso hacerlo, Haack considera que la división entre (a) y (b) corresponde a los conjuntos *fuzzy* el primero y a la lógica *fuzzy* el segundo. Sobre (a) el enunciado "A es alto" = 0.7 significa que el grado de membresía de A al conjunto borroso "alto" es de 0.7, y esto es aceptable y entendible, afirma Haack. Sin embargo, distinto es interpretar que el enunciado "A es alto" es verdadero en 0.7, esto es, que la verdad del enunciado es 0.7. En ambos casos, la membresía M y la verdad V, están graduadas en el intervalo de los números reales [0.1], de modo que $0 \leq M \leq 1$ y $0 \leq V \leq 1$. Según esto, Haack afirma que lo que entiende Zadeh por verdad graduada se lo podría escribir como la graduación que expresa que es verdad que un objeto x pertenece a un conjunto determinado. Así, la verdad sería un conjunto *fuzzy* T de modo que, por ejemplo, T = (0.3 /0.6; 0.5/0.7;… etc.), lo que significa que el grado 0.3 de verdad pertenece en el grado 0.6 al conjunto T; el grado 0.5 de verdad pertenece en grado 0.7 a T, lo cual muestra, para Haack, lo artificioso que es graduar la verdad misma[7].

[6] Debe considerarse que en su artículo seminal de 1965, Zadeh habla de conjuntos borrosos y, por tanto, no plantea propiamente tal el caso de la verdad graduada, esto es, el caso (b) según Haack. La gradualidad de la verdad la plantea en artículos posteriores a los que hacen referencias Haack y Williamson.

[7] En todo caso, debe tenerse en cuenta siempre que en lógica borrosa la graduación resulta de una asignación que hace el sujeto epistémico, en consideración de diversos factores propios del ámbito del que se trate. Los valores de graduación entre 0 y 1 no denotan propiedades de los objetos ni tampoco dependen de la formalidad lógica sino que son estimaciones del sujeto.

Según Haack, la verdad no puede tener graduación alguna, por lo que la lógica *fuzzy*, entendida así, no tiene sentido ni es necesaria como sistema formal de los argumentos. Los fundamentos de Haack son al menos dos: la naturaleza de la lógica en su historia y, segundo, la consideración lingüística de los términos borrosos. Ambas razones conducen al rechazo de la idea de la necesidad de una lógica vaga y ambas deben ser examinadas. La primera de las razones queda expresada así en su texto:

> Zadeh no sólo nos ofrece una lógica radicalmente no estándar, sino que una radical no estándar concepción de la lógica. Sería apenas exagerado decir que la lógica fuzzy carece de cada hecho que los pioneros de la lógica moderna entendieron por lógica; se sacrifica lo que tradicionalmente ha sido considerado como la crucial ventaja del formalismo – precisión, reglas formales de inferencia, la seguridad ofrecida por la consistencia y la completud de resultados (Haack 1996, p. 237).

Lo que se sacrifica, entonces, es el concepto clásico de verdad. Ocurre que la autora asocia el concepto de verdad con su concepto clásico. En efecto, la historia de la lógica, desde Aristóteles y los estoicos, ha tenido al término “verdad” como medida de la calidad de los enunciados por lo que dicho término, el metapredicado “verdad” (y “falsedad”) no puede tener a su vez un valor de verdad. La verdad se aplica a los enunciados y no a los términos. La verdad o la falsedad de un enunciado, por otra parte, tuvo en la filosofía griega un sesgo ontológico: Parménides concibió la verdad como una unidad perfecta, sin huecos de no-verdad, unidad entre ser y verdad, en realidad. Tal unidad, entonces, no sería compatible de ninguna manera con una gradualización, puesto que ello significaría una pérdida de la justeza y una pérdida de la unidad. Hay pérdida de la claridad y de la *confianza* en la razón. Sin embargo, hay que reconocer que, justamente, las lógicas no clásicas en general significan una revisión de algunos de los conceptos centrales de la lógica tradicionalmente concebida. He allí que las ideas de no-contradicción y de existencia, por ejemplo, también son reformuladas hoy en día. En tal sentido, la lógica *fuzzy* no solo equivale a considerar gradual la membresía de un objeto a una clase, sino que ello implica un concepto de verdad no clásico, esto es, no absoluto, no ontológicamente compacto e invariable. El hecho de que la historia de la lógica haya considerado a los valores de verdad inamovibles no sería un argumento suficiente como para no considerar otras alternativas.

Otro aspecto involucrado en la cita anterior de Haack es la supuesta incompatibilidad entre formalismo y vaguedad. Siguiendo los mismos pasos de Haack incluso, se puede afirmar que la formalidad *fuzzy* en cuanto sistema deductivo justamente no está comprometida con el cálculo mismo; solamente significa que la verdad de un enunciado en el sistema trivalente, por ejemplo, no es 1 ni 0 sino que ½. Considerar que es el valor mismo de verdad de un enunciado el que es 0.5 en vez de 1, no impide la claridad de la deducción propiamente tal. Lo que sí sucede es que se pierden propiedades (reglas válidas o teoremas) clásicos, pero ello se pierde sea la interpretación (a) o la (b) aducidas por Haack, y se pierden propiedades clásicas en todos los sistemas no clásicos divergentes. Si se trata de disminución de las reglas clásicas de inferencia, todas las lógicas divergentes están en la misma situación. La precisión de la deducción no sufre mermas.

Sin embargo, la crítica más importante que realiza la autora a la lógica *fuzzy* en el sentido (b) es la que denomina incorrección lingüística. Ello proviene de aplicar a "verdadero" aquellos modificadores adverbiales que se aplican normalmente a los predicados para indicar su vaguedad. Así, si bien podrían aceptarse locuciones como "muy verdadero" (*very true, quite*) o "más o menos verdadero" (*more or less true*), tal como se usan "muy alto" o "más o menos alto", en cambio resultan *locuciones bizarras* "algo verdadero" (*slightly)* o "bastante verdadero" (Haack 1996, p. 240). Sin embargo, la autora afirma que "muy" no puede modificar a "verdadero", aunque sí a los predicados borrosos como "alto". El problema parecería estar en que hay predicados borrosos propiamente tales, como "alto" y que a ellos podemos aplicar los adverbios modificadores que los gradúa. En cambio "verdad" no sería en sí borroso por lo que los modificadores no actúan sobre dicho término. Las razones de Haack en síntesis son: la práctica lingüística no admite el uso "muy verdadero" tal como sí "muy alto", ni "extremadamente verdadero" como sí "extremadamente enfermo". El punto es que "verdad" no es un predicado de grado, tal como sí lo es "alto"; y los modificadores solo pueden, según esta postura, aplicarse a un predicado de grado.

Por otro lado, Haack aduce que hay otros modificadores que sí se aplican a "verdad", pero que *pueden ser mejor explicados de otra forma: atendiendo más cuidadosamente a los sujetos de los cuales "verdad" es predicado* (Haack 1996, p. 241). Por ejemplo: "p" es completamente verdadero significaría en realidad que la totalidad de "p" es verdadero; o que "p" es parcialmente verdadero significaría que parte de "p" es verdadero; o que "p" es aproximadamente verdadero significaría que "aproximadamente p" es verdadero (ibíd*.,* p. 241 y 1996ª, p. 249).

Acerca de esta segunda razón, la de la incorrección en el uso de los modificadores, pueden hacerse algunas observaciones: la primera tiene que ver con la propuesta de la autora para explicar mejor algunos giros como "p es completamente verdadero". Resulta al menos extraño que la solución a "p es totalmente verdadero" sea "la totalidad de p es verdadera". La segunda alternativa no parece ser más clara que la primera e introduce la duda acerca de qué sería realmente "la totalidad de p". Una segunda interrogante puede expresarse así: aun cuando la lógica, desde Frege, ha sido ligada a la lingüística, y, además, desde Aristóteles y los estoicos hemos entendido que la lógica trata con enunciados y términos, ¿hasta qué punto la lingüística puede poner condiciones de constreñimiento a la lógica? Ya no parece obvio, hoy, que la lógica trate solo con enunciados; en inteligencia artificial, por ejemplo, el condicional podría interpretarse más bien como indicando un traspaso de información; o como las condiciones de una acción. La lógica puede representar no solo enunciados sino que cogniciones, aunque hoy aún no está claro qué podría significar esa intuición. Por otra parte, para efectos de la lógica *fuzzy*, lo que se requiere es representar la gradualidad; si lingüísticamente no se permite "fuzzificar" la verdad, lo que importaría sería la conceptualización que hay detrás y en tal sentido la gradualidad en el intervalo [0.1] puede permitir hablar de la graduación del valor de verdad. Finalmente, y respecto de lo que ya se había dicho anteriormente, detrás de la postura de Haack pareciera haber una especial concepción de la verdad que, independiente de las restricciones lingüísticas, parece impedir graduarla; es una concepción ontológica de la verdad, concepción parmenídea, en la que la verdad es absoluta (predicado absoluto; el problema de si es un predicado se verá en la sección siguiente), es una entidad ante todo que permanece incólume, por lo que a la gradualidad en ella se la ve como una pérdida.

Según Belohlavek y Klir (2011), algunos autores como P. Hájek sustentan una concepción comparativa de la verdad. Se propone que esto podría estar implicado en algunos casos como el de los enunciados *fuzzy* cuantificados. Supongamos P(x), en que P es *fuzzy*. La forma de asociar los conjuntos borrosos a la lógica borrosa es asociar la pertenencia del objeto al conjunto con la verdad del enunciado respectivo. Entonces, en el predicado P, si, por ejemplo, P(x) = 0.3 entonces x es miembro de P en el grado 0.3 equivale a que el enunciado P(x) es 0.3 verdadero. Esto es consenso en el tema, por lo que normalmente se considera que la gradualidad de la verdad en realidad no sería sino la gradualidad de la membresía. Sin embargo, en otros casos la situación no es tan clara. Ello ocurre en el caso de los enunciados *fuzzy* cuantificados universalmente. Veamos dos casos con el fin de aclarar la situación:

A) La gradualidad puede referirse a la membresía. Es el caso de los enunciados del tipo "todo A es B", lo que su vez lo traducimos como una inclusión en $\forall x(Ax \rightarrow Bx)$, con conjuntos borrosos A,B, de modo que, por ejemplo, Ax vale 0.5 y Bx vale 0.3. La semántica *fuzzy* nos indica que el valor de verdad de ese enunciado es A,B = min (1, 1-Ax +Bx), con valor 1 si $Ax \leq Bx$ y valor 1-Ax+Bx en los demás casos, lo que arroja que el enunciado tiene el valor 0.8. Pues bien, se tiene, entonces, que 0.8 se lo puede interpretar como el grado de la membresía de A en B y no de la verdad del enunciado. Sin embargo, en el enunciado cuantificado se ve que hay dos membresías: de x en A y de x en B, cada una con su valor. Entonces, 0.8 no corresponde a ninguna membresía en particular, lo que indicaría que se trata en realidad de la gradualidad de la verdad del enunciado en su conjunto.

B) La misma situación puede verse en este otro caso, con el cuantificador *every*: supongamos ahora el enunciado "Cada corredor es rápido". Tenemos R(x), "x es rápido", con lo que el enunciado *fuzzy* es $\forall x$ R(x) = min(R(x/u), en que u es el conjunto de objetos o universo respecto del cual el enunciado será evaluado. Para simplificar supongamos que U se compone solo de 3 corredores, a los que se les ha asignado los valores de verdad en relación con la velocidad que pueden alcanzar: A=1; B=0.75 y C=0.5. Entonces, el enunciado universal *fuzzy* tiene la forma siguiente: $\forall x$R(x) = min(1; 0.75; 0.5) = 0.5 (Belohlavek y Klir 2011, p. 71). El valor de "todo corredor es rápido" no es ni verdadero ni falso sino que 0.5. En este caso, entonces, no es muy claro que el valor de verdad del enunciado pueda asociarse al valor de pertenencia 0.5, pues ese valor no indica precisamente la pertenencia de un objeto en particular (aunque numéricamente sea el del corredor C), sino que es el del enunciado propiamente tal, esto es, correspondería a su valor de verdad. En este caso, pues, se tiene que la gradualidad deberíamos atribuírsela al predicado "verdad" y no a la membresía[8].

[8] Ver Belohlavek y Klir (2011, p. 71). Los autores se refieren también a otros cuantificadores no clásicos, como es "muchos", por ejemplo, "muchos corredores son rápidos". Según el

Lo que afirmaba Haack era que "no necesitamos" la versión b), la lógica fuzzy, sino que solo basta la versión a), esto es, la relación de membresía de un objeto a un conjunto. Fuzzificar la verdad sería no solo incorrecto sino que redundante. Pero, en el ejemplo recién expuesto puede advertirse que aquello no es algo de por sí nítido. No es posible siempre reemplazar verdad por membresía. Así, de acuerdo con un análisis desde la filosofía estándar de la lógica, la tesis de Haack aparece debilitada.

3. El análisis cognitivo del razonamiento fuzzy

Las teorías actuales de la ciencia cognitiva, específicamente las teorías de los conceptos, significan un apoyo a la lógica *fuzzy* en el sentido a) expuesto por Haack, esto es, en cuanto conjuntos *fuzzy*. La cuestión es observar si ese apoyo puede extenderse a lo que Haack niega, esto es, la fuzzificación del metapredicado "verdad". Las teorías de los conceptos en la ciencia cognitiva han sido críticas de la concepción clásica de los conceptos, aquella que afirma que un concepto es una entidad metafísica cuyo rasgo esencial es lo exacto, lo universal y lo preciso. En tal sentido, común a Platón y Aristóteles, un objeto bajo un determinado concepto C (X es un C) es el que tiene características suficientes y necesarias para pertenecer al concepto. Desde la década de 1970 la teoría clásica de los conceptos fue desafiada por la tesis prototípica planteada por Eleanor Rosch. El punto de encuentro evidente entre la teoría de los prototipos y la lógica borrosa queda expresada así por la autora: *Todos los miembros de una categoría conceptual no parecen ser igualmente buenos miembros* (Rosch 2011, p. 94). Lo que cabe resaltar es que son las categorías, los predicados categóricos los que son *fuzzy*, no los nombres propios, aunque sí los nombres genéricos, que funcionan como categorías no abstractas. En experiencias de psicología cognitiva, diversos sujetos a los que se les pidió un ejercicio de clasificación de objetos bajo la categoría "fruta", se observó que una manzana era nombrada como un "prototipo" de fruta, un strawberry como un ejemplo no tan bueno de fruta y al tomate como un ejemplo dudoso. Tomate pertenece al conjunto "fruta" de una manera débil, "no totalmente", esto es, borrosamente (Rosch, op. cit, p. 95). Muchas de las experiencias acerca de procesos cognitivos están ligadas al lenguaje, al aprendizaje, a la memoria, a la capacidad de asociación, a los tiempos de reacción, a la apreciación de probabilidades, etc.[9].

Según Rosch, los prototipos tienen rangos que van desde los conceptos más concretos a los más abstractos, aunque los ejemplos que ofrece solo indican abstracciones de nivel medio. Lo importante es que a medida que el concepto es más abstracto, los

ejemplo señalado, usando los mismos números, el valor de dicho enunciado sería:

$$\textit{Muchos}\ x\ (\text{rápidos}\ x) = \frac{(1;\ 0.75;\ 0.5)}{3} = 0.75$$

9 Puede verse, en Rosch 2011, pp. 96, los diferentes casos de cogniciones en los que intervienen procesos *fuzzy* y que la psicología cognitiva ha identificado.

prototipos son menos "vívidos". Los prototipos del concepto "silla" son más fáciles de indicar que los correspondientes al de "mueble". Ello indicaría que lo prototípico no tiene en cada caso el mismo "grado" sino que ello depende del grado de concreción o abstracción que tenga la categoría. Ello ofrece una pista para pensar que, por analogía, la verdad puede ser tratada como un tipo de predicado susceptible de grados, aunque el concepto de verdad es de una abstracción que podría considerarse más allá de la gradualidad, lo que es una postura a priori que no ayuda mucho en este caso. Pues, si "verdad" no es un concepto, ¿qué puede considerarse que sea? Así, por ejemplo, la teoría prototípica puede decir que la verdad de A=A es un prototipo de "verdad"; en cambio, la verdad de: "en invierno hace frío" es un ejemplo más "débil" de verdad (en muchos casos es falsa, simplemente). La teoría de los prototipos conceptuales, desde la psicología cognitiva, puede dar un contenido de plausividad a la idea de gradualidad de la verdad.

Para Rosch, en suma, los conceptos pueden ser tratados como conjuntos *fuzzy,* lo que implica un apoyo global de la ciencia cognitiva a la lógica borrosa y a la idea de que los enunciados pueden tener valores graduados de verdad, más allá de la membresía. Esto se complementa con otra teoría, la teoría "ecológica" de los conceptos (op. cit., p. 107 y ss): los conceptos no pueden considerarse en forma aislada. Su contexto es un "pastiche" de lo mental, del diccionario interno, de hábitos, deseos, emociones, percepciones, valoraciones, memoria. Y la forma en que un sujeto considera que un enunciado es verdadero o falso, añadiríamos, también. Si el valor de verdad se lo deja de considerar solamente como una propiedad de un enunciado para verlo como algo que un sujeto cognitivo asocia a un enunciado sobre la base de todo su contexto, y si, como muestra Rosch, lo *fuzzy* influye en diversos procesos cognitivos, no se ve por qué no podría esa gradualidad también modificar ese proceso cognitivo que es asignar valores de verdad. Una "concepción cognitiva de la verdad", podría decirse conjeturalmente, haría cambiar las cosas.

En el ámbito de la ciencia cognitiva, la lógica *fuzzy* fue primero adoptada y luego criticada a raíz de un artículo publicado en 1981 por Osherson y Smith, en el cual los autores concluían que la lógica *fuzzy* no podía ser una representación de los conceptos vagos. Belohlavek y Klir (2011) llevan a cabo a su vez un desmontaje del texto de Osherson y Smith y muestran que los argumentos de los autores no se sostienen dado los supuestos a los que acuden. Sobre la base de ese debate y por medio de una analogía, es posible mostrar que la postura de Haack respecto de la no gradualidad de la verdad posee supuestos similares y, entonces, resulta, también, dudosa.

Osherson y Smith, de acuerdo con Belohlavek y Klir, afirman que la lógica *fuzzy* es incompatible con la teoría conceptual de prototipos. Se basan sobre todo en el análisis del problema de la conjunción o de la combinación de conceptos que, en síntesis, puede esbozarse de la siguiente manera[10]: la conjunción de los conceptos

[10] Véase el artículo de Belohlavek y Klir (2011) para el tratamiento en detalle del asunto de la conjunción *fuzzy*, como normalmente se la expone, y la crítica de los autores al respecto.

fuzzy, en la concepción prototípica, (también los universales y la disyunción) está en contradicción con las operaciones de la lógica *fuzzy*, por lo que ésta es incompatible con la teoría de los prototipos. Dicha incompatibilidad los autores la observan en varios aspectos de las operaciones lógicas. Para aclarar el tema baste la referencia a los casos de la combinación e inclusión de conceptos.

El primer problema, el de la violación de la conjunción *fuzzy,* es expuesto de la siguiente manera (Belohlavek y Klir 2011, p. 124): D=el dominio de las frutas; A= el conjunto *fuzzy* de las manzanas; S=el conjunto *fuzzy* de las cosas descompuestas; SA= el conjunto *fuzzy* de las manzanas descompuestas y "a" una manzana con algún aspecto de descomposición. Entonces, la semántica *fuzzy* indica que el grado de membresía de "a" al conjunto SA es la conjunción (1) SA(a)=min(S(a), A(a)). Por otro lado, afirman los autores, *desde un punto de vista psicológico,* el grado de membresía de "a" a SA debe ser mayor que el grado de membresía de "a" a A, esto es : (2) SA(a)>A(a), lo cual es cierto. Dado lo anterior es evidente que (1) viola (2), esto es, SA(a)≤A(a). En consecuencia, la lógica borrosa no puede hacerse cargo de la teoría de los conceptos prototípicos. Osherson y Smith afirman, pues: *Estamos listos para demostrar que la teoría de los prototipos en conjunción con la teoría de conjuntos fuzzy contradice fuertemente las intuiciones que tenemos sobre los conceptos* (citado en Belohlavek y Klir 2011, p. 124). La postura de Osherson y Smith presenta un flanco débil y es el de saber cuál es el criterio de lo intuitivo que se debería respetar. Esto no ha sido trivial en la filosofía de la lógica; el mismo Tarski, en relación con el concepto de consecuencia lógica, se proponía responder al pensamiento natural, así como, también, Gentzen formuló su sistema de reglas en alternativa a la axiomática, persiguiendo representar cómo razonamos "naturalmente". La cuestión es que de esto no se hacen cargo los autores sino que simplemente suponen que la lógica clásica es la que de suyo representa nuestras intuiciones en materia de razonamiento válido. Justamente es esa postura la que un sistema no clásico pretende cuestionar, por lo que apelar a que simplemente un sistema es malo porque no sigue dicha postura clásica es algo demasiado simplificado.

La crítica de Belohlavek y Klir a esta postura se sintetiza en que Osherson y Smith cometen un error al suponer, sin ninguna justificación a la vista, que la expresión "manzana descompuesta" es un concepto conjuntivo y que, por lo tanto, el conjunto SA debe representarse como la intersección entre los conjuntos S y A. Si se supone ello, entonces los autores tiene razón, pero el problema está en dicho supuesto. Así:

> El problema con el argumento de Orhenson y Smith en este ejemplo es su asunción, presentada sin justificación, de que los conceptos "nombre-adjetivo" son conjuntivos. En efecto, el adjetivo es usualmente visto como un modificador del nombre, y no hay razón para asumir que SA debe ser expresado como una intersección entre S y A (Belohlavek y Klir 2011, p. 140).

El segundo ejemplo en que yerran Osherson y Smith es el de su idea de la inclusión. Se considera a los conjuntos *fuzzy* A y B. Entonces, el enunciado universal "Todo A es B" es representado como (3) ∀x(A(x)≤B(x)), lo que según Osherson y Smith conlleva a contraejemplos. El contraejemplo de los autores se resume así: si tenemos que "Todo oso pardo vive en Norteamérica", si existe una ardilla (Sam) que vive en

Marte, y si A(Sam)= a > 0, por ejemplo, 0.5 y B(Sam) < a, por ejemplo 0.3, entonces no es el caso que $\forall x(A(x) \leq B(x))$, pues no es el caso que $0.5 \leq 0.3$ y, así, el grado de verdad de (3) sería 0. El error, según Belohlavek y Klir, radica en que la expresión (3) no es una adecuada representación del universal. Se puede decir que es errado tomar a los conjuntos A y B como borrosos; lo que es borroso es el *grado de inclusión* de A en B. Así, el universal "Todo A es B" lo que afirma es: "Para todo x si x pertenece a A entonces pertenece a B". El grado de verdad es el de la *inclusión* misma. Entonces, continúan los autores, el condicional borroso es, según la semántica *fuzzy,* en el caso de Lukasiewicz: S(A,B)=min (1, 1-A(x) + B(x)), y ese es el grado de verdad del universal. Si se aplican los valores anteriores: A(Sam)=0.5 y B(Sam)=0.3, tenemos que: "todo A es B" = 1- 0.5 + 0.3 = 0.8, esto es, el valor del condicional universal en realidad no es cero.

Las relaciones entre lógica fuzzy y la teoría cognitiva de los conceptos borrosos pueden servir de sustento para analizar la tesis de Haack. La primera observación que cabe hacer al respecto es de tipo analógico. La crítica que hacen Belohlavek y Klir a la postura de Osherson y Smith recién expuesta es que estos últimos autores cometen un error de interpretación acerca de la lógica borrosa. En efecto, confunden la lógica *fuzzy* con una teoría de los conceptos borrosos, específicamente con la tesis prototípica (Belohlavek y Klir 2011, pp. 130 y ss.). La lógica *fuzzy* no puede representar una teoría de los conceptos puesto que no tiene una interpretación fijada de antemano. No puede, por ejemplo, asociarse la lógica borrosa con un modelo de los enunciados complejos, como el de "manzana descompuesta" analizado más arriba. En analogía con ello, puede sustentarse que Haack también hace algo parecido, pero respecto de la verdad. En apariencia no pareciera ser así, pues justamente distingue entre lógica borrosa y teoría de conjuntos borrosos. Pero, mirado más de cerca, el asunto no convence. La lógica *fuzzy* no puede ser, ni suponer, una determinada teoría clásica de la verdad, pues entonces la lógica *fuzzy* ni siquiera podría ser planteada. La teoría específica de la verdad que subyace a la postura de Haack es la que se conoce como teoría de la redundancia, que es de un carácter pragmático aunque distinto al coherentismo, y diferente, también, de la teoría de la correspondencia o de la teoría semántica de Tarski. La teoría de la redundancia implica que el concepto de verdad no es un predicado, esto es, no podemos predicar la verdad. De otro modo, decir "P es verdad" es lo mismo que decir "P" y "P es falso" equivale a "¬P", de manera similar a que "existencia" tampoco es un predicado. De modo que la expresión "es verdadero", en "P es verdadero", resulta redundante. Sin embargo, ello no es algo absolutamente aclarado en la filosofía de la lógica. Un análisis corriente que objeta la tesis de la redundancia es el que apunta a que hay ciertos tipos de enunciados en los que el predicado "es verdadero" no se puede eliminar. Así, es el caso del enunciado (a) "Todo lo afirmado por x es verdad" (Díez, 2005, pp. 37). Según la autora, Ramsey tradujo este tipo de enunciados por el siguiente: "para todo p si p es afirmado por A, entonces p es verdadero", esto es que $\forall p(Ap \rightarrow \ldots p)$, expresión que, sin duda, está mal formada, pues, después del condicional, p debería ser argumento de un predicado, que falta; y ese predicado es, según lo que quiere decir (a), "es verdadero". Hay un segundo caso, al que apunta María José Díez, en el que "es verdadero" no se puede eliminar. Supongamos, afirma la autora, que tenemos un enunciado "p" que no tiene valor de verdad; entonces "p es verdadero" es falso y, por lo tanto, no es equivalente a "p". Así, "es verdadero" no es eliminable en estos casos[11].

De acuerdo con lo anterior "ser verdadero" no parece ser redundante, al menos en algunos casos, por lo que "verdadero" sí puede ser considerado como un predicado. Si ello es así, entonces, al menos en algunos casos, dicho predicado puede ser tratado gradualmente en sí mismo. Si la crítica de Osherson y Smith yerra porque la lógica *fuzzy* no equivale a una teoría de los prototipos para los conceptos *fuzzy*, así también ocurre con la verdad; la lógica borrosa, pues, no implica una determinada teoría de la verdad, la de que ésta no puede graduarse.

Hay otras razones para dudar de que, al decir de Haack, *no necesitamos la lógica fuzzy.* Normalmente se acepta, y es el punto de partida de Haack, como se vio en la sección anterior, que se debe distinguir entre conjuntos borrosos y lógica borrosa. Esta tesis afirma que si el grado en que el sujeto X pertenece al conjunto "alto" es igual a 0.7, podemos entender que el enunciado "X pertenece a alto" es verdadero en grado 0.7. Esto hace equivalentes ambas afirmaciones y podemos sustituir la segunda por la primera, siendo la segunda redundante. Pero, si decimos "mañana ganaremos la batalla", frase que remite a Aristóteles y el asunto de los futuros contingentes por él planteado, tenemos que la lógica trivalente interpreta los valores de verdad en 0, ½,1. Allí no hay membresía, no hay pertenencia, por lo que tenemos que aceptar que dichos valores no son del grado de pertenencia sino que de la verdad. Así, ½ representa un valor de verdad. Es cierto que dicho valor admite otras interpretaciones, como "indefinido", "ni verdadero ni falso", "verdadero y falso", pero eso muestra que el asunto es más difícil que negar la gradualidad de la verdad.

Debe considerarse, además, que no parece ser lo mismo "pertenencia" que "verdad". Hacerlos equivalentes como para reemplazar uno por otro podría a primera vista parecer algo demasiado forzado. Sin embargo, hay que entender que esa equivalencia es una interpretación de la pertenencia a un conjunto entendida como la verdad del enunciado que da cuenta de dicha pertenencia. Así, no se afirma que la verdad sea graduada sino solo que se la interpreta como tal. En virtud de dicha interpretación, aunque cognitivamente la verdad sea diferente de la pertenencia, tanto que ésta última puede ser incluso visuoespacial (Tye p. 11), se justifica hacer la mencionada equivalencia y entender la verdad como graduada. En suma, si ambas son equivalentes, ¿por qué no poder hablar de gradualidad de la verdad del enunciado borroso del que se trate? Se puede añadir a esto aquello a lo que apuntaban Belohlavek y Klir en su crítica a Osherson y Smith. Cuando se dice que x pertenece al conjunto borroso "alto" en 0.7, lo que es

11 Frege, en su artículo de 1918 "El pensamiento: una investigación lógica", afirma que la verdad no es un predicado; no añade nada al pensamiento expresado en el enunciado. Sin embargo, también da un lugar a la duda acerca de ciertas situaciones donde ello parece ser de otro modo, cuando pregunta: "Pero, con todo, ¿no se produce un gran resultado cuando después de muchas dudas y trabajosas investigaciones el científico puede puede finalmente decir: *lo que había conjeturado es verdadero*?" (Frege 1998, p. 201).

borroso es la *inclusión* misma. Cognitivamente es el concepto mismo de pertenencia el que es borroso. Si ello es así, al menos conceptualmente la verdad misma también puede pensarse en términos de gradualidad.

La tesis de la no gradualidad de la verdad está, pues, fundada en la equivalencia entre pertenencia y verdad, en el sentido de que se interpreta en términos de verdad a la membresía de un elemento a un conjunto. Por ello, Haack afirma que basta con la membresía. Además de lo ya dicho, cabe hacer una última consideración, desde las tesis de Rosch, que pone en duda dicha afirmación. La cuestión es que *Los modelos de conjunción de los conceptos fuzzy necesitan más que el grado de membresía para producir sus resultados* (Rosch 2011, p. 110). Si la lógica *fuzzy* pretende formalizar el discurso que contiene términos que se pueden calificar como vagos, entonces debería hacerse cargo del hecho de que lo borroso es algo más complejo. Dicha complejidad está dada por la injerencia del contexto, tema muy sensible a la filosofía de la lógica. Lo que se necesita, entonces, es considerar los conocimientos concomitantes a la vaguedad. El caso específico se da en la conjunción, que se deberá considerar ahora una vez más. El punto es que incluso en la conjunción con conjuntos *crisp*, se presenta la necesidad de contextos. Así, afirma Rosch, si decimos "cuenta corporativa" estamos introduciendo conocimiento adicional que aquel involucrado en "cuenta" y en "corporativa", pues estamos diciendo que es una cuenta que está *cargada* a una corporación. Si decimos, "abogado corporativo" decimos algo más que "abogado" y "corporativo", y es que ese abogado *desarrolla trabajos* para esa corporación. Dice la autora: *mucho del conocimiento del mundo está relacionado con la interacción de dos conceptos de manera más amplia del que es evocado por cada concepto por separado* (Rosch 2011, p. 110). La conjunción de conceptos produce propiedades emergentes, por lo demás, lo que hace difícil no considerar los conocimientos concomitantes. El grado de membresía, pues, no es suficiente. Si hay conocimientos concomitantes involucrados, está involucrada la verdad o falsedad de ellos. De modo que afirmar que nos basta con la membresía y no con la verdad, puede ser algo exagerado.

La tesis de Rosch, sin embargo, es aporética respecto de la lógica *fuzzy*. ¿Cómo puede la lógica *fuzzy* formalizar esta complejidad? ¿La debe formalizar?: *Si, y cómo, la lógica fuzzy debería manejar esto, permanece para el futuro de la investigación* (Rosch 2011, p. 112). Parecería que una modificación en la semántica, al menos de $A \wedge B = \min(A,B)$ debería proponerse a la luz de estas consideraciones cognitivas, tal como, por ejemplo, la lógica relevante reformula la semántica clásica respecto de la conexión que debe existir entre las premisas y la conclusión.

4. Conclusión

Ni la aproximación estándar de la filosofía de la lógica ni la aproximación cognitiva acerca de los razonamientos con términos borrosos y su formalización en la lógica *fuzzy* significan una refutación de la tesis de Haack respecto de la no gradualidad de la verdad. Sin embargo, a pesar de ello, sí conducen al menos a poner en duda la fortaleza de dicha tesis. Se sustenta ello en que, por ejemplo, un cierto valor en [0,1] no siempre se refiere al grado de membresía sino que al valor del enunciado en su conjunto, y que por tanto solo cabe interpretar como el valor de verdad; se basa, también, en que la conjunción requiere más que la membresía, lo que puede conducir a variaciones en su semántica; se necesita considerar contextos de dicha conjunción; se funda, en fin, en que, según la teoría cognitiva de prototipos, hay casos mejores y peores de enunciados verdaderos, y hay algunos casos prototípicos de verdad. Es plausible que una aproximación cognitiva acerca del razonamiento y los conceptos pueda tener un impacto en la naturaleza de la lógica borrosa.

Referencias bibliográficas

Black M. (1937), "Vagueness", *Philosophy of Science* **4**: 427-455.

Belohlavek R. y G. Klir (2011), eds., *Concepts and Fuzzy Logic*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Díez M. J. (2005), *Introducción a la filosofía de la lógica*. Madrid: Universidad Nacional de educación a distancia.

Fisher J. (2008), *On Philosophy of Logic*. Belmont: Thomson.

Frege, G. (1998), *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*. Madrid: Tecnos.

Graff D. (2001), "Phenomenal Continua and Sorites", *Mind*. Vol 110, N° **440**: 905-935.

Heller M. (1990), *The Ontology of Physical Objects* (Cap. 3, "The Sorites Paradox"). Cambridge: Cambridge University Press.

Haack S. (1996), "Do we Need "Fuzzy Logic"?, en Haack, *Deviant Logic, Fuzzy Logic, Beyond the Formalism*. Chicago: The University of Chicago Press; pp. 232-242.

__________ (1996a), "Is Truth Flat or Bumpy?", en Haack, *Deviant Logic, Fuzzy Logic*; pp. 243-258.

Horgan T. (1994), eds., *Vagueness*, Spindel Conference 1994, Vol. XXXIII Supplement, *The Southern Journal of Philosophy.*

Keefe R. (1998), "Vagueness by Numbers", *Mind*. Vol 107, N° **427**: 565-579.

Keefe R. y P. Smith (1999), *Vagueness: A Reader*. Massachusetts / Londres: The MIT Press.

Nguyen H. y E. Walker (2000), *A First Course of Fuzzy Logic*. Londres, N. York: Chapman and Hall, Boca Ratón.

Priest G. (2001), *An Introduction to Non-Classical Logic*. Cambridge: Cambridge University Press.

Putnam H. (1983), "Vagueness and Alternative Logic", *Erkenntnis* **19**: 297-314.

Romerales E. (2004), "La teoría pragmática de la vaguedad. Problemas y perspectivas", en *Teoría* **49**: 49-75.

Rosch E. (2011), “Slow Lettuce: categories, Concepts, Fuzzy sets and Logic Deduction”, en -Belohlavek y Klir eds., pp. 89-120.

Sainsbury R. y T. Williamson (2000), “Sorites”, en Hale and Wrigt eds., *A Companion to the Philosophy of Language*. Blackwell, Londres/ Massaschusetts.

Sorensen R. (1994), *Vagueness and Contradiction*. Oxford: Clarendon Press.

Tanaka K. (1997), *An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications*. Nueva York: Springer.

Torres J. M., y H. Hasrun (2006), “Análisis de las teorías de la salud basado en lógica difusa”, en Ahumada, Pantaleone y Rodríguez editores, “Epistemología e Historia de las Ciencias”, Vol **12**, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba, pp. 547-553.

Tye M. (1994), “Vagueness: Welcome to the Quicksand”, en T. Horgan edit., Spindel Conference, Vol. **XXXIII**, *The Southern Journal of Philosophy*, pp. 1-22.

Williamson T. (1992), “Inexact Knowlwdge, *Mind*, Vol 101, N° **402**, pp. 217-242.

__________ (2001), *Vagueness*. Londres / Nueva York: Routledge.

Wright, C. (2003), “Rosenkranz on Quandary, Vagueness and Intuitionism”, *Mind*, Vol. **112**, N° 447, pp. 465-474.

Zadeh L. (1965), “Fuzzy Sets”, en *Information and Control* **8**: 338-353.